

Пространственная структура медленного магнитного звука в одномерно-неоднородной плазме конечного давления с кривыми силовыми линиями

18 сентября 2019 г.

Петрашук А.В.
Руководитель Климушкин Д.Ю.

Ультра-низкочастотные (УНЧ) волны с большими азимутальными волновыми числами наблюдаются в приэкваториальных областях магнитосферы, характеризующихся достаточно высоким плазменным давлением и значительной кривизной силовых линий. Эти волны генерируются благодаря инжекции в плазму высокоэнергичных частиц. В последние годы азимутально-мелкомасштабные волны интенсивно исследуются с помощью радаров и спутников. Построение теории таких волн является актуальной задачей физики космической плазмы, поскольку они могут отвечать за ускорение заряженных частиц в магнитосфере и служить триггерами суббурь.

Рассмотрим 1-мерно неоднородную цилиндрическую модель плазмы, где силовые линии магнитного поля являются концентрическими окружностями и все равновесные величины зависят только от радиальной координаты r — радиуса окружности (рис. 1).

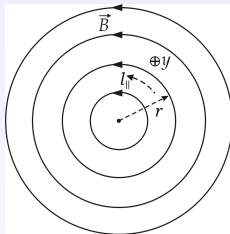


Рис.: 1. Одномерно-неоднородная цилиндрическая модель

Координата y , направленная вдоль оси симметрии системы, играет роль азимутальной координаты в магнитосфере. В этой модели магнитное поле $B_0 = (0, B_{0\varphi}(r), 0)$ и плазменное давление $P_0(r)$ удовлетворяют условию равновесия

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(P_0 + \frac{B_0^2}{8\pi} \right) = \frac{B_0^2}{4\pi r}. \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
& \partial_r \left[(v_A^2 + v_s^2) \frac{(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_c^2)}{(\omega^2 - \omega_+^2)(\omega^2 - \omega_-^2)} \frac{\rho_0}{r} \partial_r (r v_{1r}) \right] - \\
& - 2 \frac{v_{1r}}{r} \partial_r \left[\rho_0 v_A^2 \frac{(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_s^2)}{(\omega^2 - \omega_+^2)(\omega^2 - \omega_-^2)} \right] + \rho_0 (\omega^2 - \omega_A^2) v_{1r} - \quad (2) \\
& - 2 P_0 \chi_p \chi_c v_{1r} + 4 \frac{\rho_0 \chi_c^2 \omega^2 k_y^2 v_A^2 v_s^2 v_{1r}}{(\omega^2 - \omega_+^2)(\omega^2 - \omega_-^2)} = 0.
\end{aligned}$$

Здесь $\chi_c(r) = -1/r$ — функция кривизны силовых линий, а $\chi_p(r) = P_0^{-1} \partial_r P_0$ — радиальный масштаб изменения плазменного давления,

$$v_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}, \quad v_s = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0}}, \quad v_c = \frac{v_A v_s}{\sqrt{v_A^2 + v_s^2}}, \quad (3)$$

— альфвеновская, звуковая и медленная магнитозвуковая скорости,

$$\omega_A(r) = k_{\parallel} v_A, \quad \omega_s(r) = k_{\parallel} v_s, \quad \omega_c(r) = k_{\parallel} v_c,$$

$$\omega_{\pm}^2(r) = \frac{(v_A^2 + v_s^2)(k_{\parallel}^2 + k_y^2)}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4k_{\parallel}^2 v_A^2 v_s^2}{(v_A^2 + v_s^2)^2 (k_{\parallel}^2 + k_y^2)}} \right).$$

$$\partial_r \left[\frac{(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_c^2)}{\omega^2 - \omega_-^2} \frac{\rho_0}{r} \partial_r (r v_{1r}) \right] - \frac{2}{r} \frac{v_A^2}{v_A^2 + v_s^2} v_{1r} \partial_r \left[\rho_0 \frac{(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_s^2)}{\omega^2 - \omega_-^2} \right] - k_y^2 \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}{\omega^2 - \omega_-^2} v_{1r} = 0. \quad (4)$$

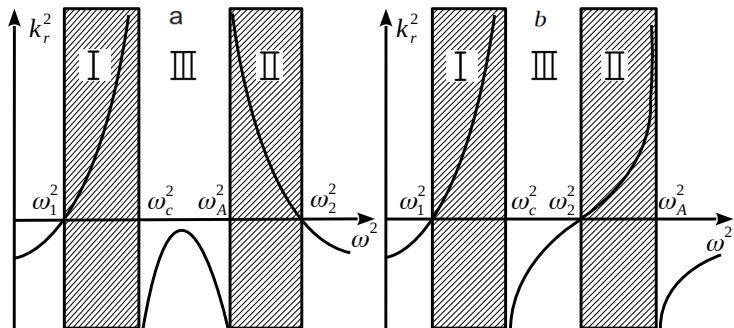
Здесь $\omega_{1,2}$:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[(\omega_p^2 + \omega_-^2 + 4v_c^2 \chi_c^2) \pm \sqrt{(\omega_p^2 - \omega_-^2)^2 + 8(\omega_p^2 + \omega_-^2)v_c^2 \chi_c^2 + 16v_c^4 \chi_c^4} \right], \quad (5)$$

где обозначено $\omega_p^2 = \omega_A^2 + \frac{2P_0}{\rho_0} \chi_p \chi_c$.

Квадрат радиальной компоненты волнового вектора:

$$k_r^2(r, \omega) = -k_y^2 \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}{(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_c^2)}. \quad (6)$$



Рассмотрим окрестность точки ММЗ-резонанса r_c :

$$\partial_r \omega_c^2 \frac{r - r_c}{l_c} \partial_r v_{1r} - k_y^2 (\omega_c^2 - \omega_1^2) v_{1r} = 0. \quad (7)$$

$$v_{1r} = \tilde{v}_1 K_0 \left(\sqrt{\frac{r - r_c}{\lambda_c}} \right) + \tilde{v}_2 I_0 \left(\sqrt{\frac{r - r_c}{\lambda_c}} \right), \quad (8)$$

Вблизи другой границы области прозрачности ММЗ волны — точки поворота r_1 :

$$\partial_r^2 v_{1r} + \lambda_1^{-3} (r - r_1) v_{1r} = 0, \quad (9)$$

где $\lambda_1^{-3} = k_y^2 \omega_1^2 / l_1 (\omega_c^2 - \omega_1^2)$. Находим решения (9):

$$v_{1r} = a_1 Ai(-\lambda_1^{-1} (r - r_1)) + b_1 Bi(-\lambda_1^{-1} (r - r_1)). \quad (10)$$

Вблизи точки $r \approx r_-$:

$$\frac{1}{r - r_-} \partial_r^2 v_{1r} - \frac{1}{(r - r_-)^2} \partial_r v_{1r} - \frac{\tilde{\lambda}_-^{-1}}{(r - r_-)^2} v_{1r} = 0, \quad (11)$$

где $\tilde{\lambda}_-^{-1} = \frac{2}{r} \cdot \frac{v_A^2}{v_A^2 + v_s^2} \frac{\omega_-^2 - \omega_s^2}{\omega_-^2 - \omega_c^2}$.

$$v_{1r} = (r - r_-) \left[a J_2 \left(2 \sqrt{-\frac{r - r_-}{\tilde{\lambda}_-}} \right) + b Y_2 \left(2 \sqrt{-\frac{r - r_-}{\tilde{\lambda}_-}} \right) \right], \quad (12)$$

Если $r \rightarrow r_-$, то

$$v_{1r} \sim a(r - r_-) + b \left[-\frac{1}{\pi} + \frac{r - r_-}{2\pi\tilde{\lambda}_-} \left(\ln \sqrt{\frac{r - r_-}{2\tilde{\lambda}_-}} - i\frac{\pi}{2} \right) \right]. \quad (13)$$

В результате анализа цилиндрической модели для одномерно-неоднородной плазмы конечного давления с кривыми силовыми линиями:

1. Получено обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее поперечную структуру альфвеновских, БМЗ и ММЗ мод. С помощью ВКБ-приближения установлены области прозрачности данных мод.
2. Исследован характер особенностей на магнитных оболочках альфвеновского и ММЗ резонансов с учетом кривизны силовых линий и конечного давления. В плоском случае альфвеновская волна представляет собой изолированный резонансный пик, а в кривой геометрии решение вблизи точки резонанса имеет осцилляционный характер. В то время как поведение резонансной особенности ММЗ в плоской и цилиндрической моделях одинаков.
3. Показано поведения ММЗ вблизи поверхности отражения $\omega = \omega_1(r)$. Что касается, точки поворота в плоском случае $\omega = \omega_-(r)$, то при учете кривизны силовых линий она является особой точкой уравнения для ММЗ.

Спасибо за внимание!

18 сентября 2019 г.