



Международная байкальская молодежная научная школа по
фундаментальной физике
"Физические процессы в космосе и околоземной среде"
XV Конференция молодых ученых
"Взаимодействие полей и излучения с веществом"

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЯМОГО ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ПОИСКА ВЕРХНИХ И НИЖНИХ ЛУЧЕЙ В ЗАДАЧЕ РАСЧЕТА КВ РАДИОТРАСС В ИОНОСФЕРЕ

Носиков И.А.^{1,2}, Клименко М.В.^{1,2},
Бессараб П.Ф.³, Жбанков Г.А.⁴

¹ Балтийский федеральный университет им. И. Канта,
г. Калининград, Россия

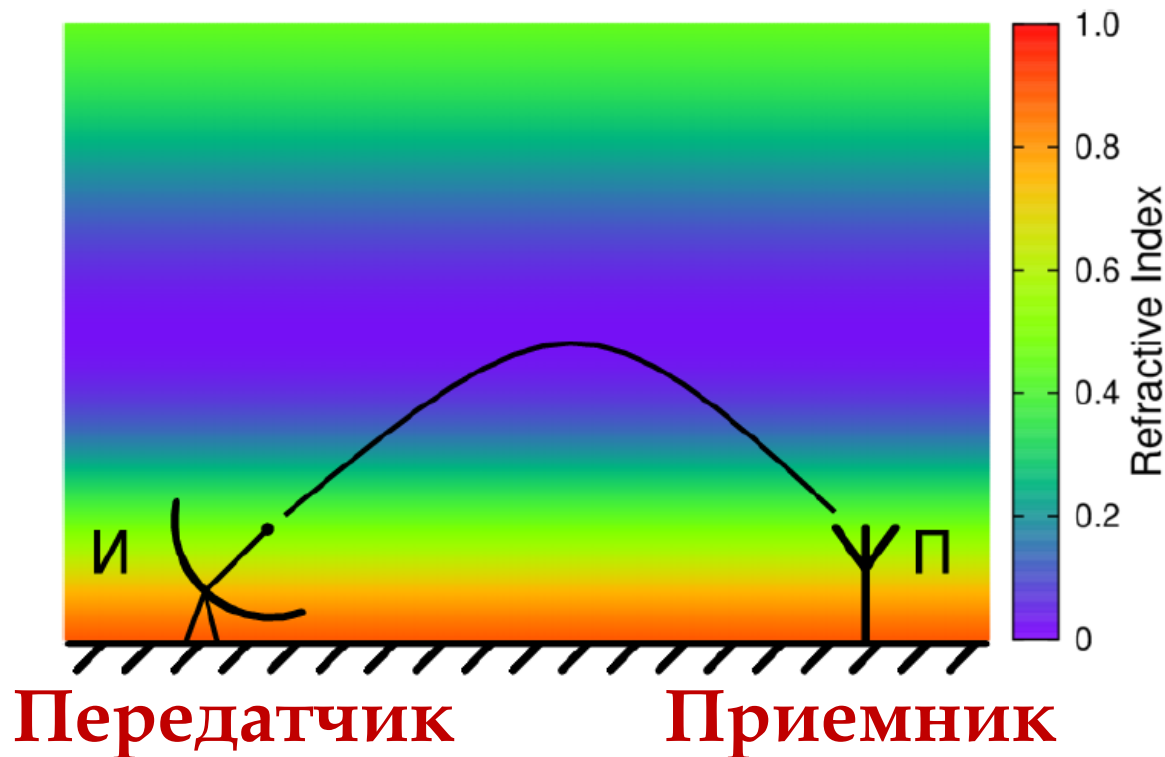
² Калининградский филиал ИЗМИРАН, г. Калининград, Россия

³ Университет Исландии, Рейкьявик, Исландия

⁴ Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

Мотивация

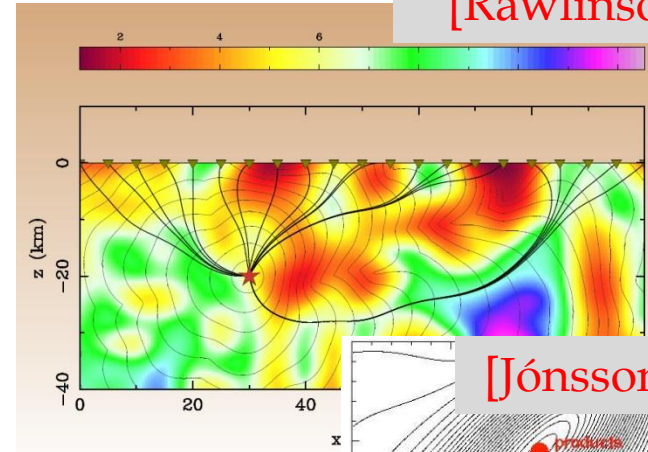
Поиск траекторий распространения КВ-радиоволн в случае, когда положение передатчика и приемника зафиксировано.



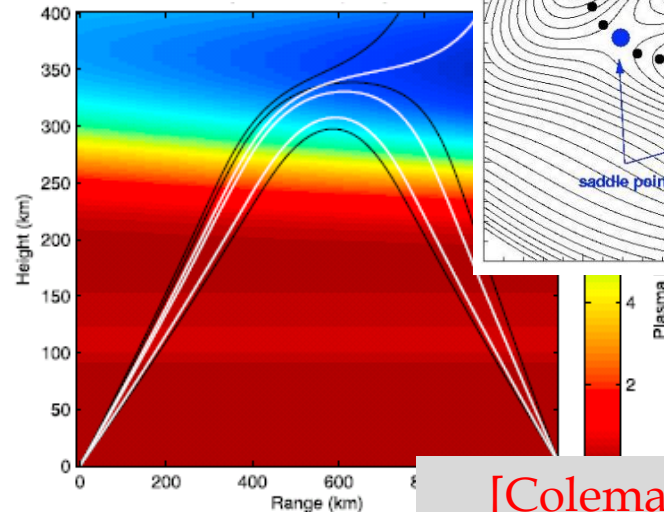
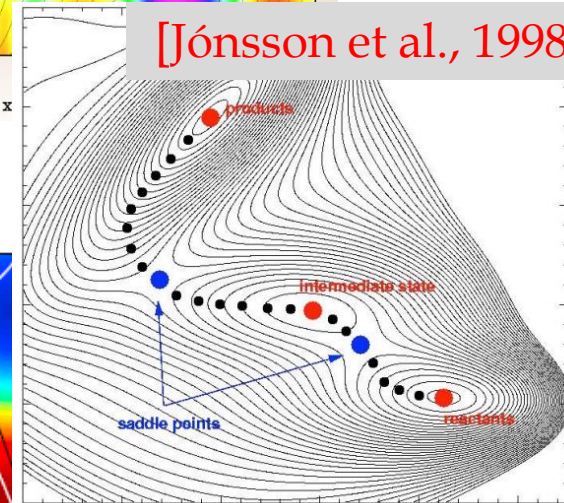
Вариационные методы для оптимизации путей

- Сейсмология
[Um et al., 1987; Moser et al., 1991].
- Химия и физика твердого тела
“Nudged Elastic Band”
[Mills & Jónsson, 1994;
Xu et al., 2005;
Henkelman et al., 2003]
- Магнитные переходы
[Bessarab et al., 2013]
- Распространение радиоволн
[Coleman, Radio Sci., 2011]

[Rawlinson, 2007]



[Jónsson et al., 1998]



[Coleman, 2011]

Прямой вариационный метод

Функционал оптической длины пути:

$$S[\gamma] = \int_A^B n(\vec{r}) dl \quad [1]$$

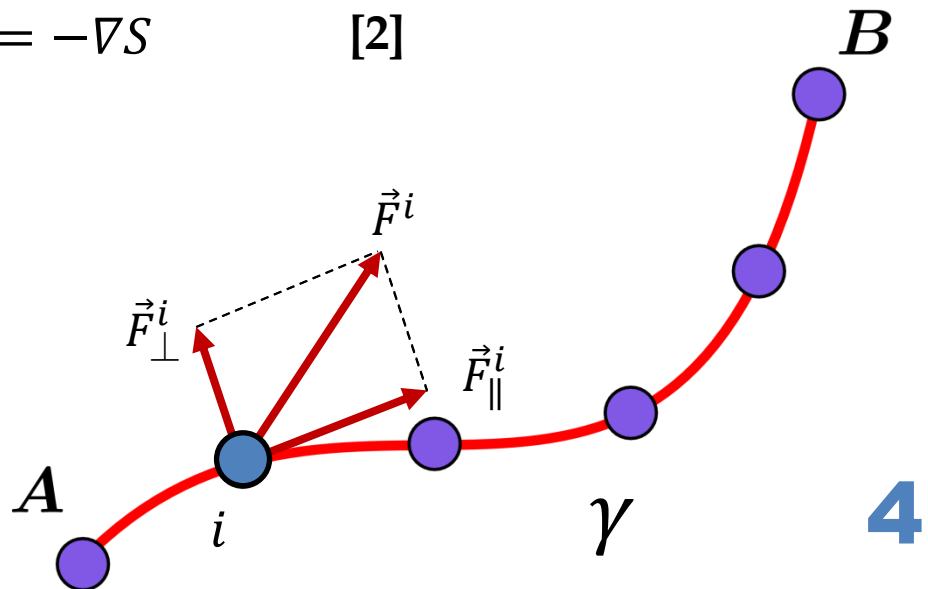
где $n(\vec{r})$ — показатель преломления в точке $\vec{r} = (x, y, z)$, лежащей на кривой γ , и dl — элемент длины вдоль γ .

Минимизация $S[\gamma]$ основана на антиградиенте целевой функции:

$$F = -\nabla S \quad [2]$$

В данном случае \vec{F}^i имеет смысл силы, действующей на i -ю точку в цепочке:

$$\vec{F}^i = -\frac{\partial S}{\partial \vec{r}_i}, \quad [3]$$

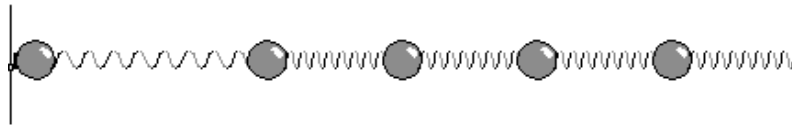


Метод упругой нити (НЭВ)

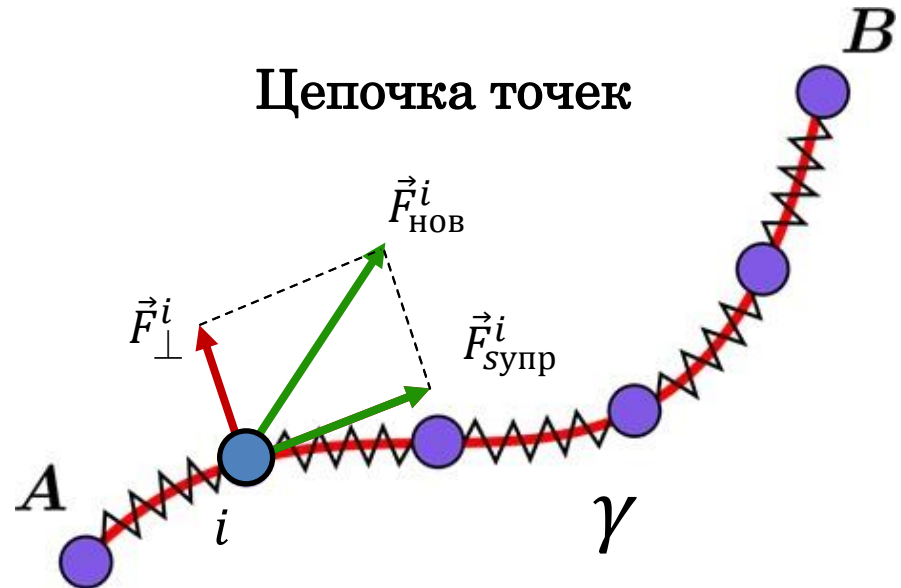
1. Проецирование сил:

$$\vec{F}_{\perp}^i = \frac{\partial S}{\partial \vec{r}_i} - \left(\frac{\partial S}{\partial \vec{r}_i} \cdot \vec{\tau}_{\parallel}^i \right) \vec{\tau}_{\parallel}^i \quad [4]$$

касательная к кривой



Цепочка друзей



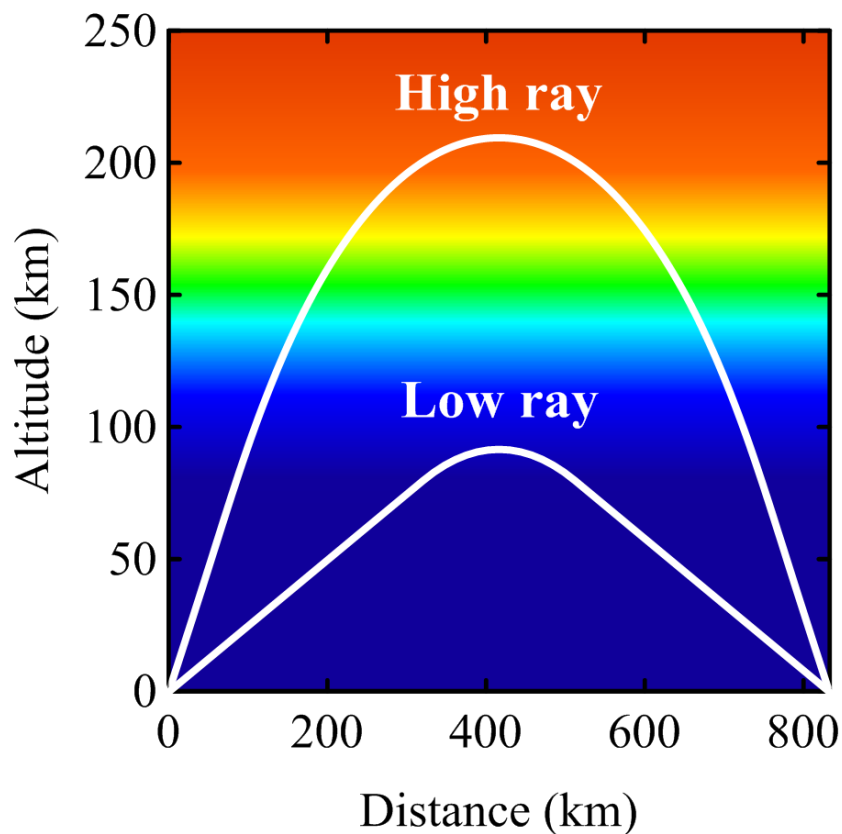
2. Упругие силы:

$$\vec{F}_{\text{упр}}^i = k (|\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i| - |\vec{r}_i - \vec{r}_{i-1}|) \vec{\tau}_{\parallel}^i \quad [5]$$

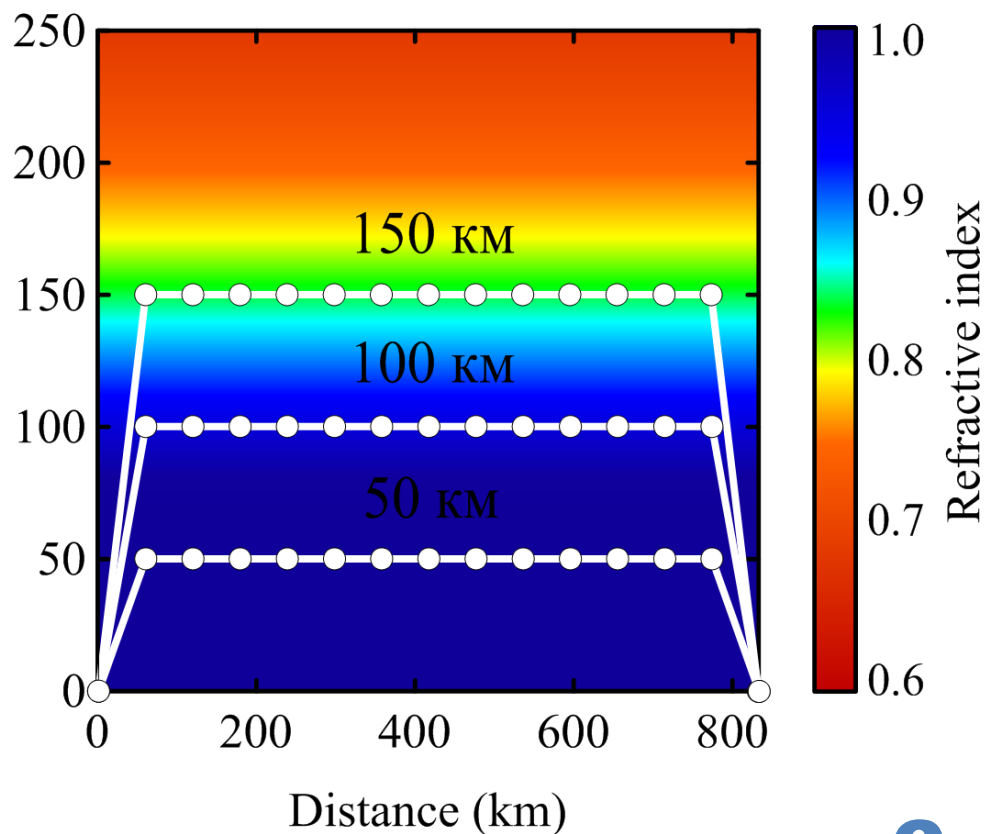
коэффициент упругости

Параболическая модель ионосферы

Частота 12 МГц

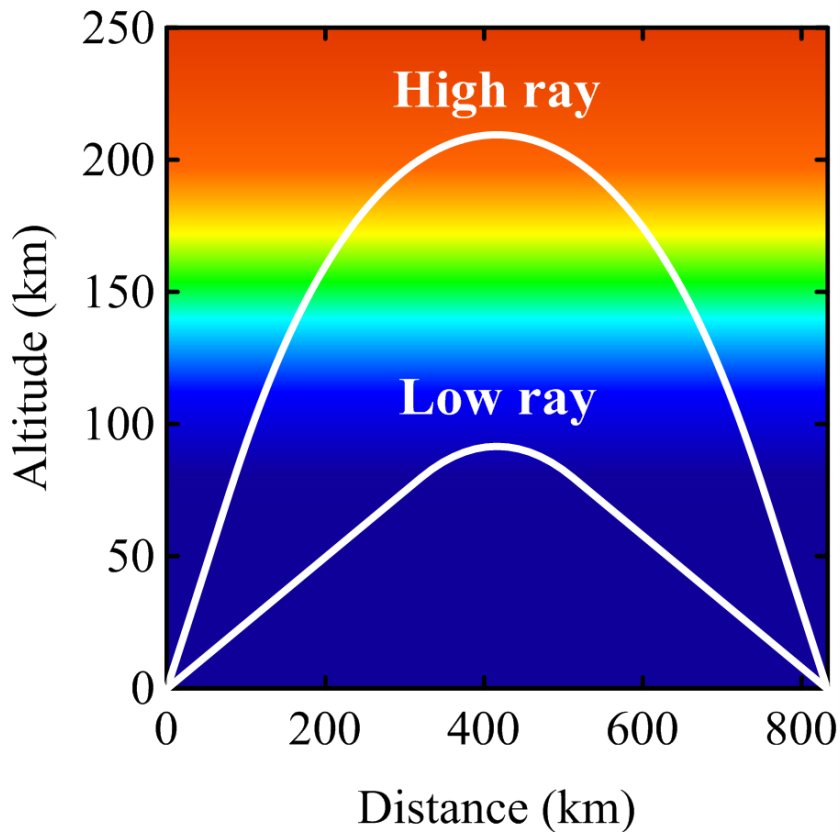


Начальные приближения
(50, 100, 150 км)

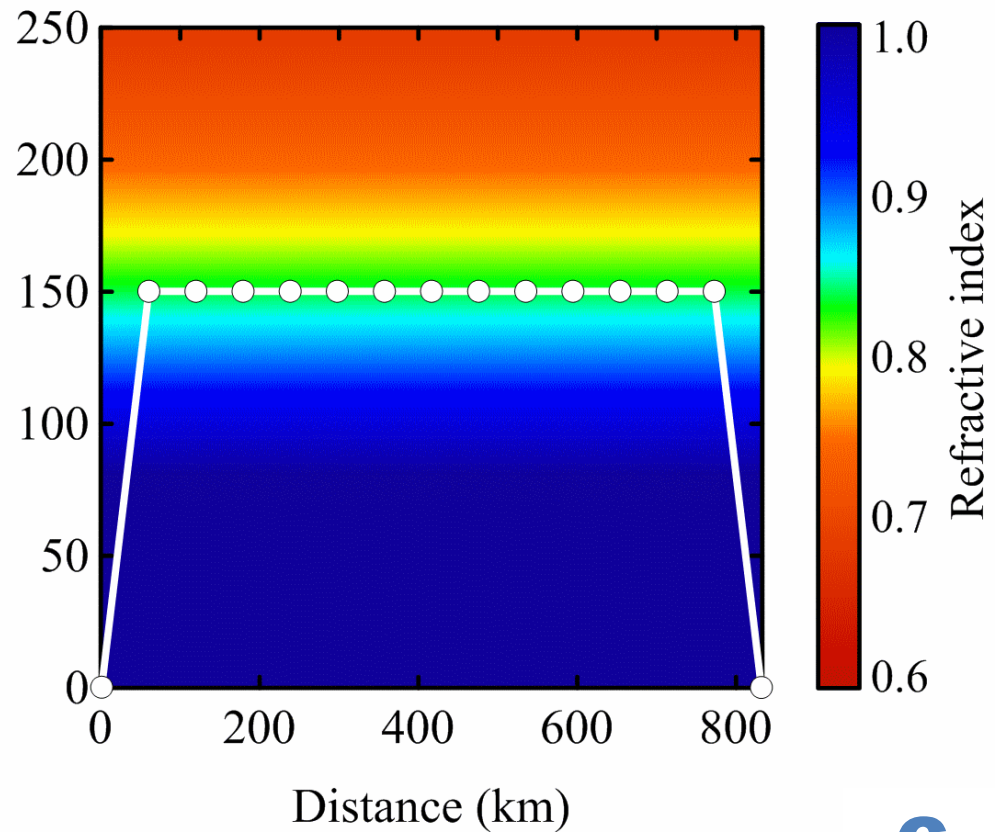


Параболическая модель ионосферы

Частота 12 МГц

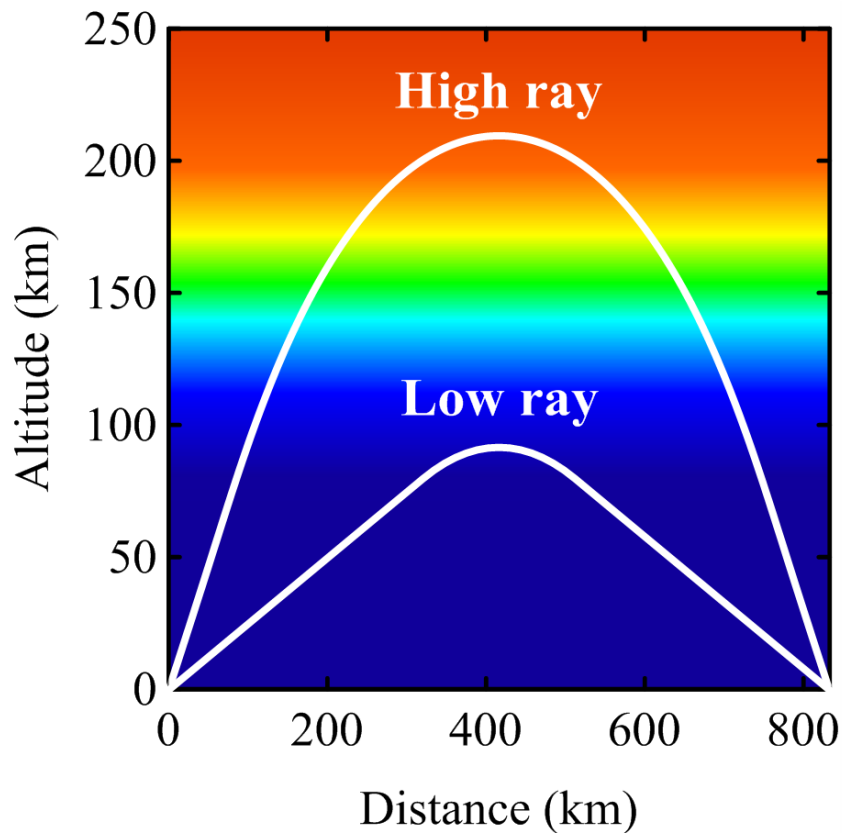


NEB оптимизация
(150 км)

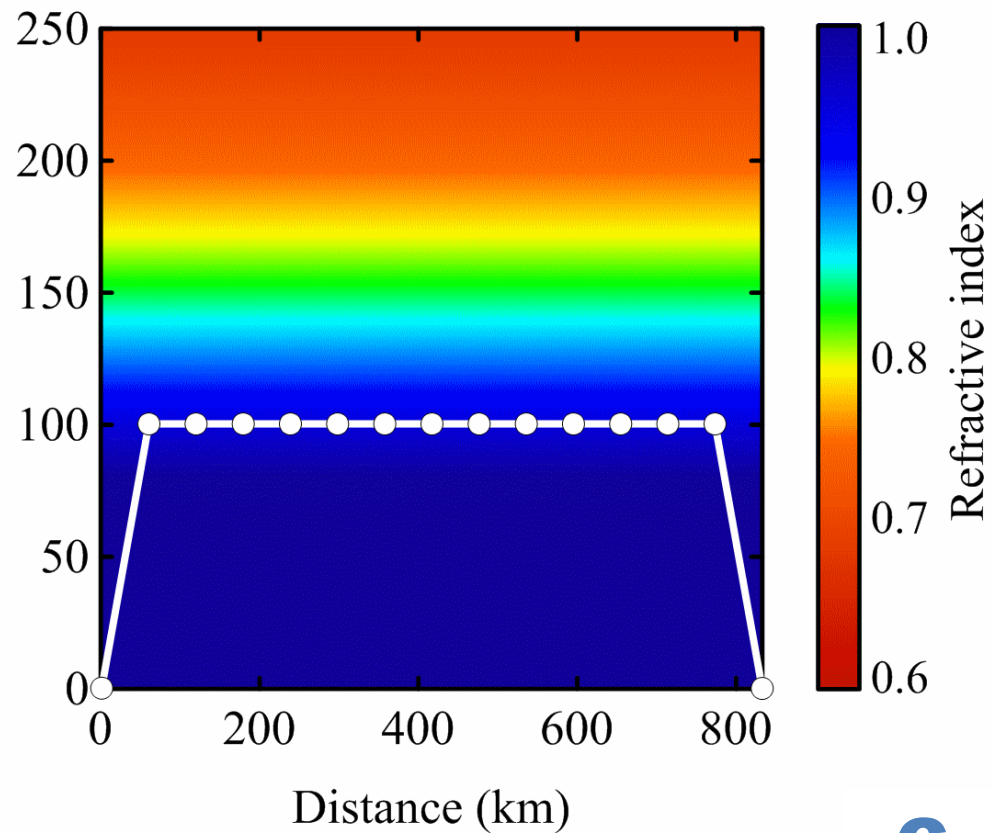


Параболическая модель ионосферы

Частота 12 МГц

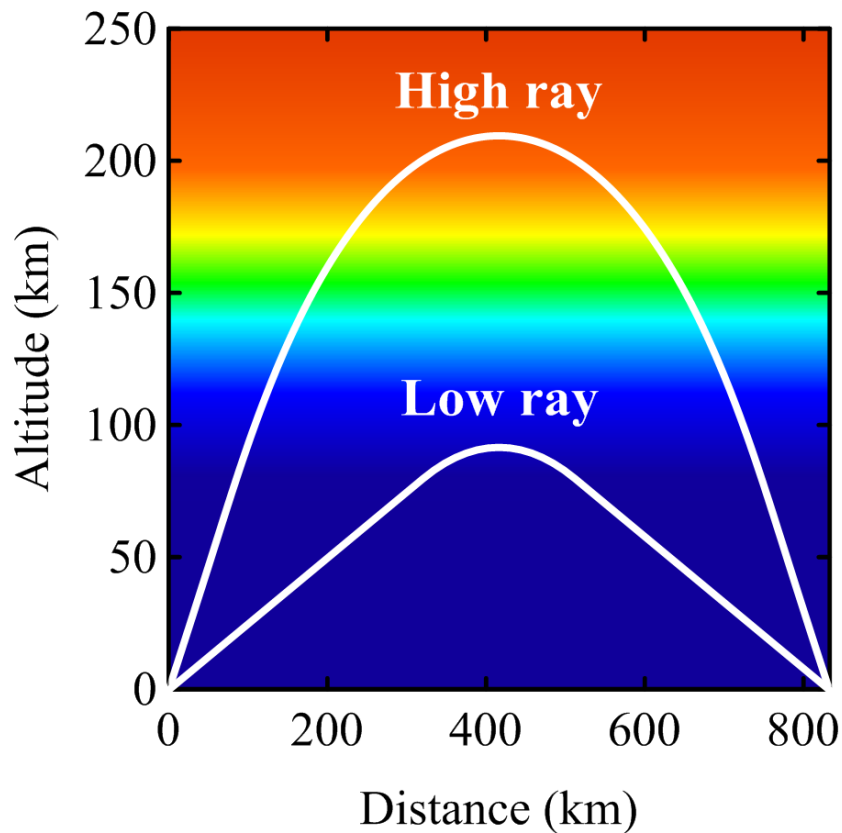


NEB оптимизация
(100 км)

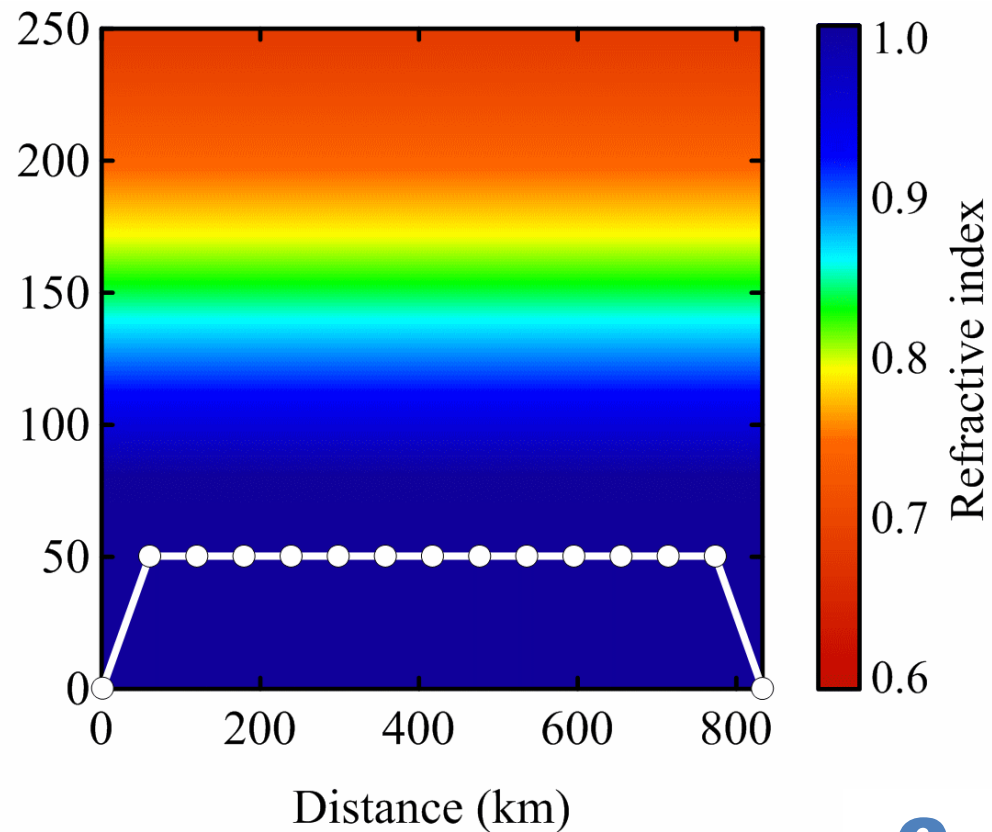


Параболическая модель ионосферы

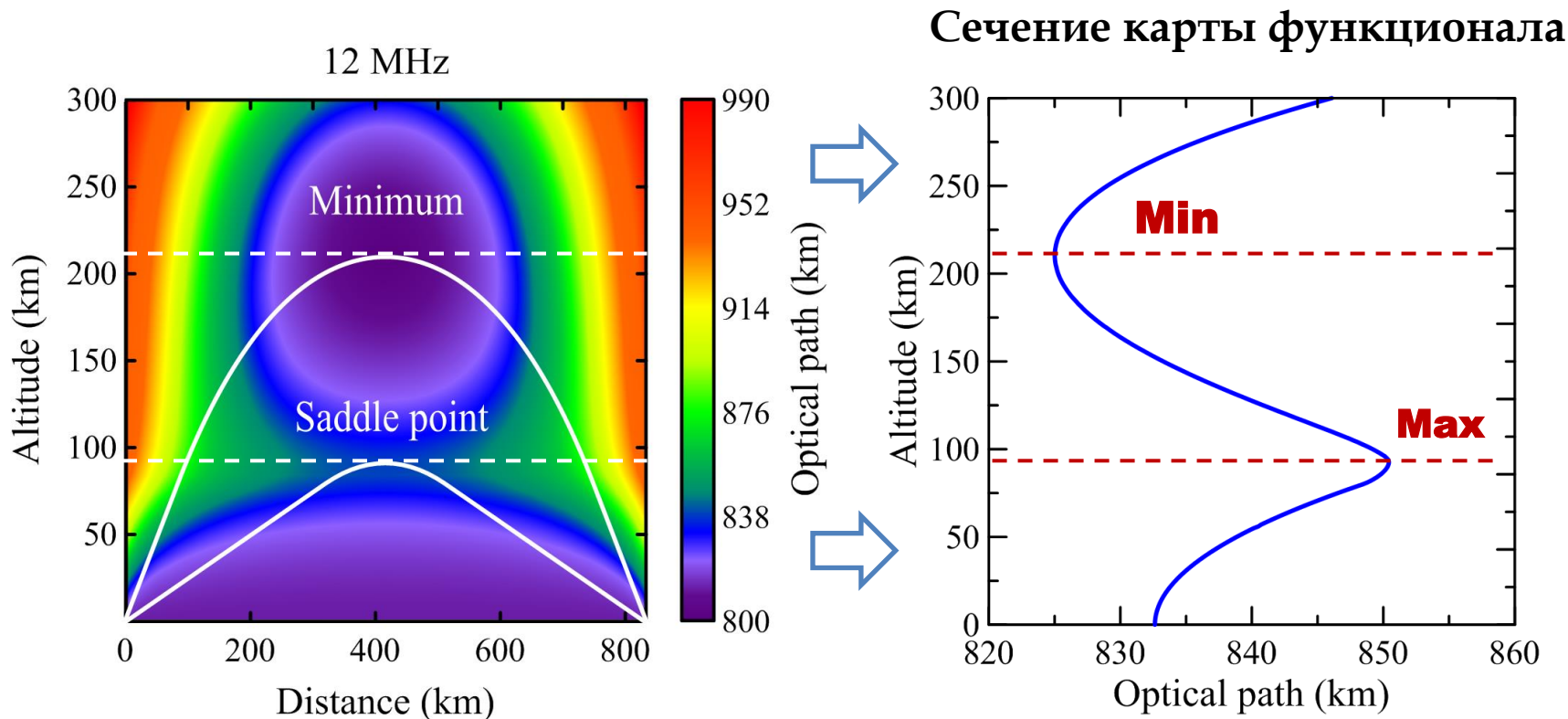
Частота 12 МГц



NEB оптимизация
(50 км)



Минимум и седловые точки



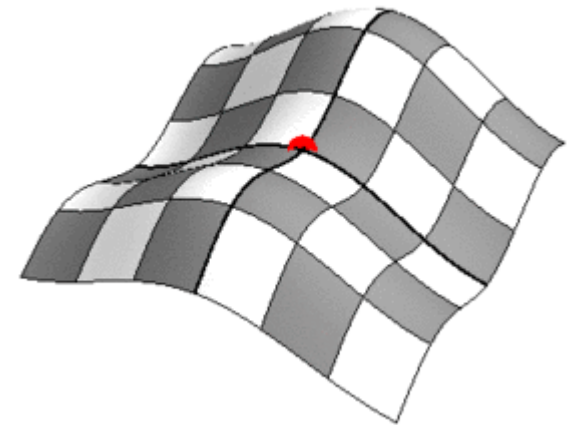
[I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, P. F. Bessarab, and G. A. Zhbankov, URSI AP-RASC, IEEE, 2016]

Метод минимальной моды (ММФ)

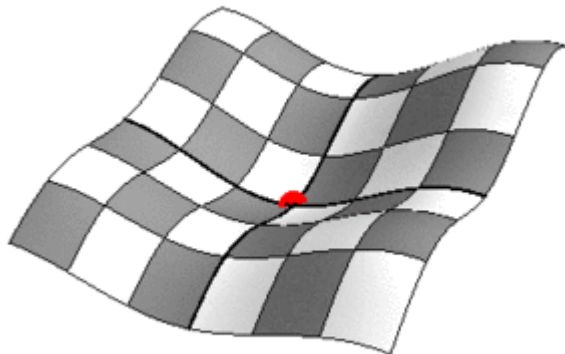
1. Гессиан и собственные значения:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_1^2} & \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_N} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_1} & \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_N \partial \alpha_1} & \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_N \partial \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha_N^2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Собственные} \\ \text{значения} \\ (\lambda_1, \dots, \lambda_N) \end{array} \quad [6]$$

Седловая точка



Минимум



2. Результирующая сила:

$$\mathbf{F}_{eff} = \begin{cases} -(\mathbf{F} \cdot \mathbf{Q}_{min})\mathbf{Q}_{min} & \text{if } \lambda_{min} > 0 \\ -\mathbf{F} - 2(\mathbf{F} \cdot \mathbf{Q}_{min})\mathbf{Q}_{min} & \text{if } \lambda_{min} < 0 \end{cases} \quad [7]$$

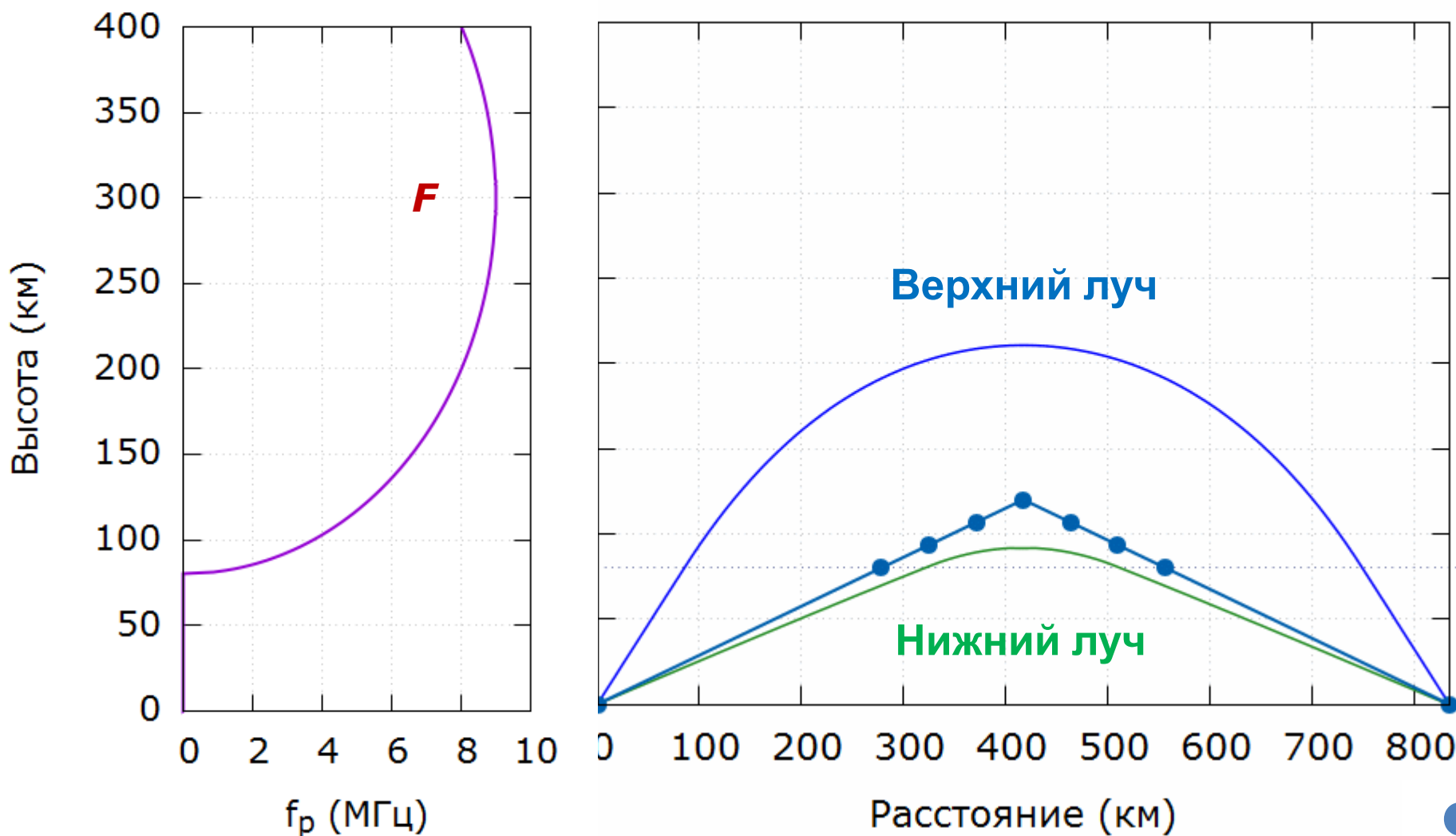


\mathbf{Q}_{min} нормированный собственный вектор минимального собственного значения λ_{min}

Метод минимальной моды (ММФ)

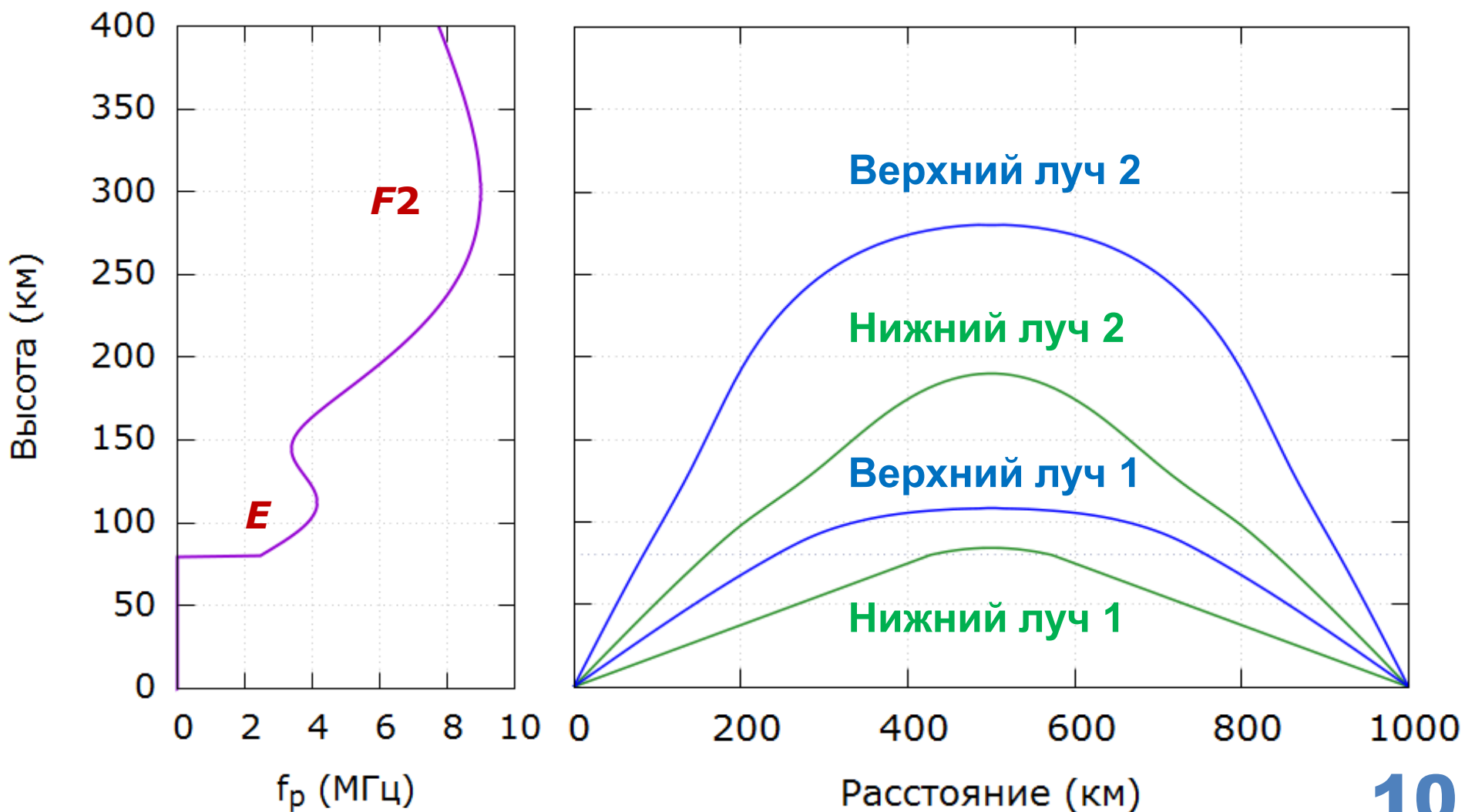
Частота 12 МГц

Число точек: 9, Итерация: 0, Сила: 0.4052



Прямой вариационной метод

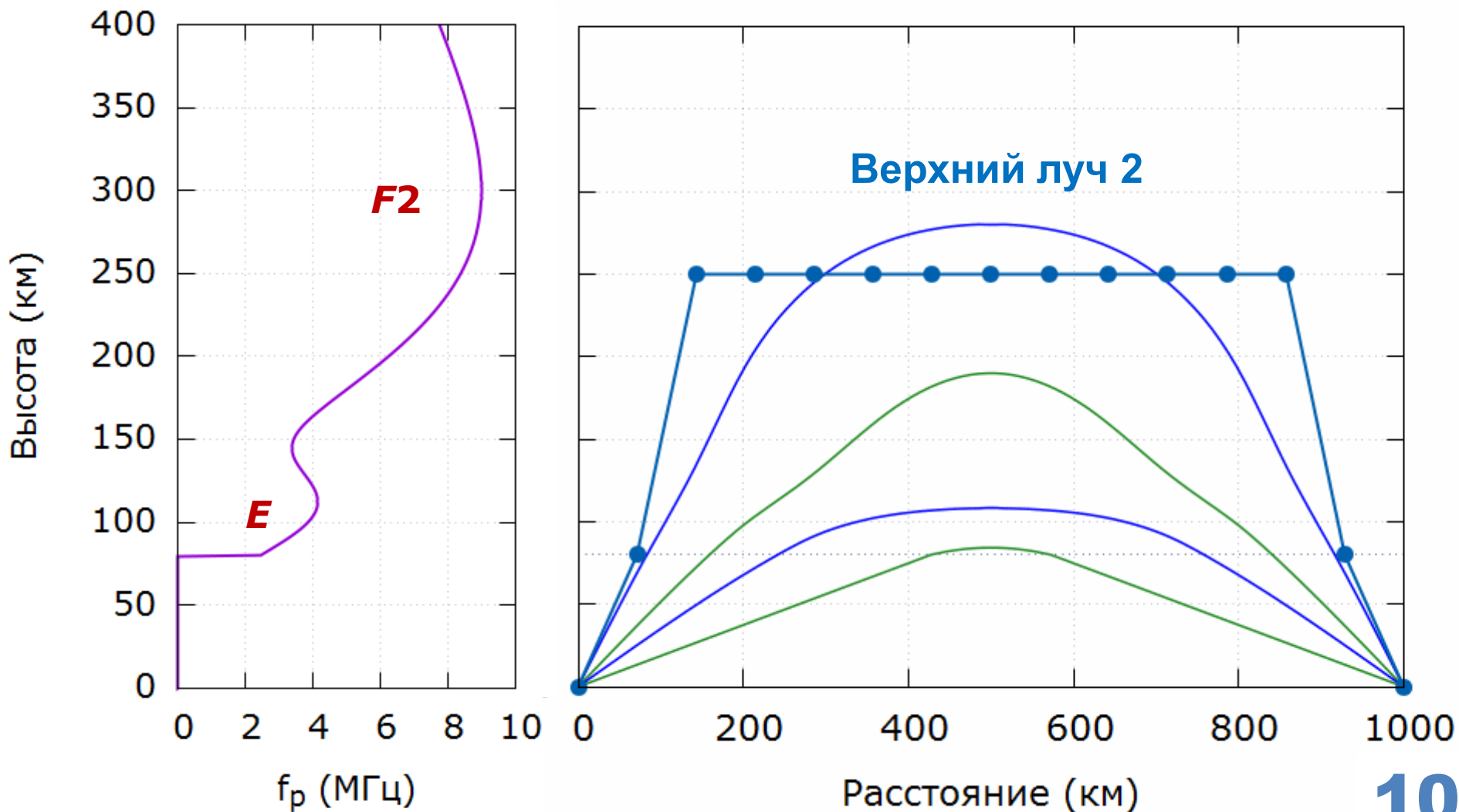
Частота 12 МГц



Прямой вариационной метод

Частота 12 МГц

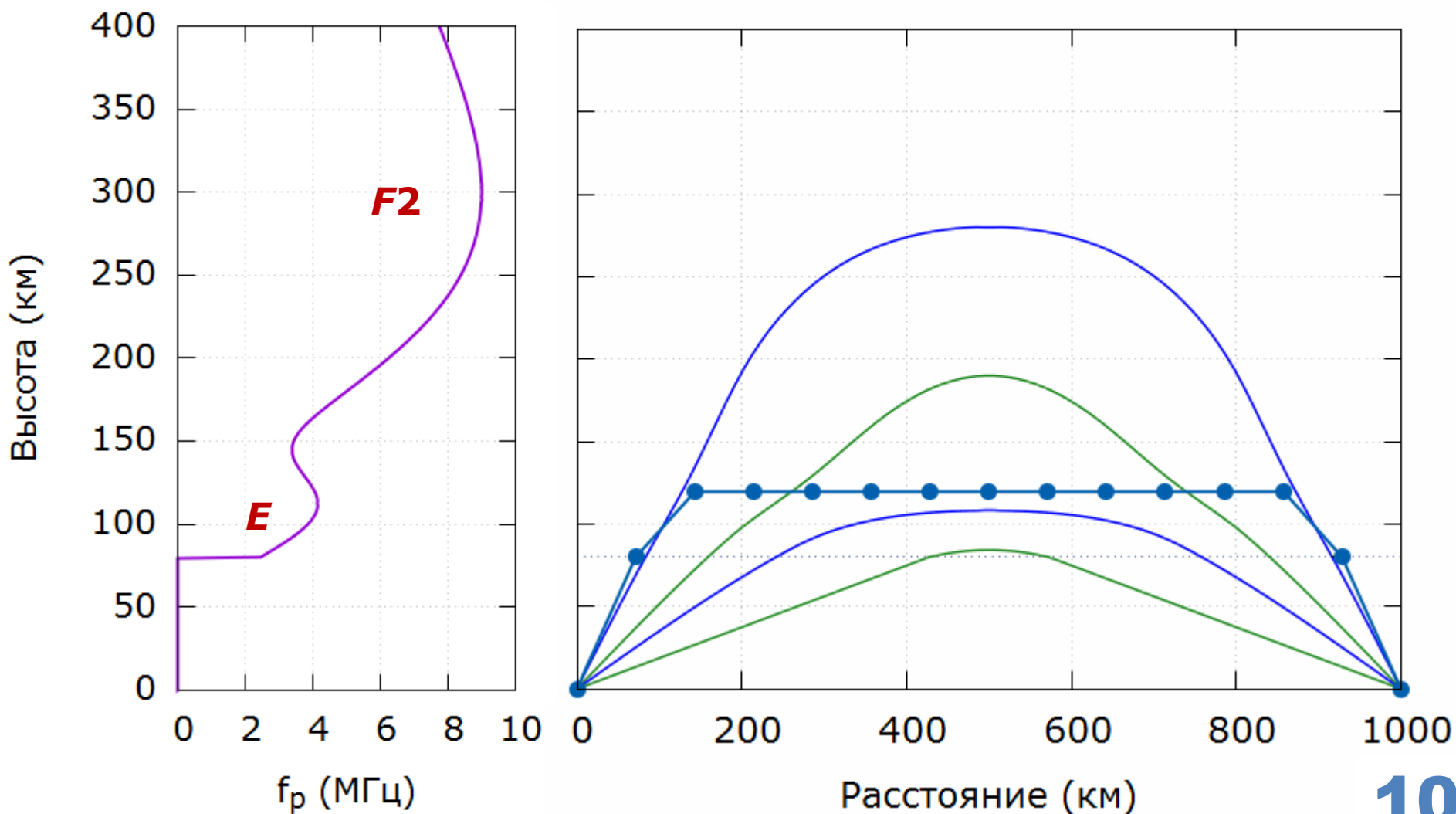
Число точек: 15, Итерация: 0, Сила: 11.4518



Прямой вариационной метод

Частота 12 МГц

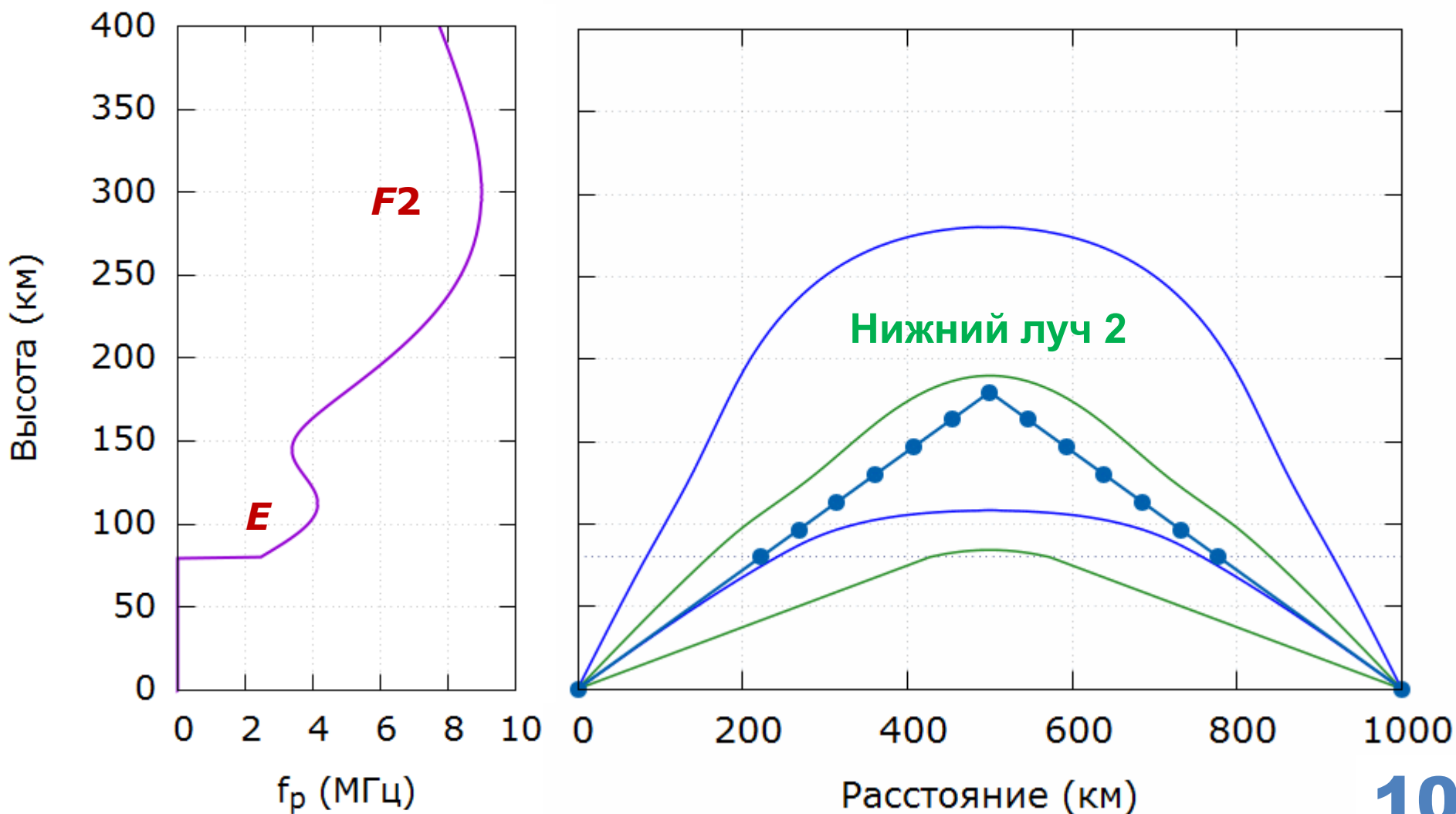
Число точек: 15, Итерация: 0, Сила: 1.2102



Прямой вариационной метод

Частота 12 МГц

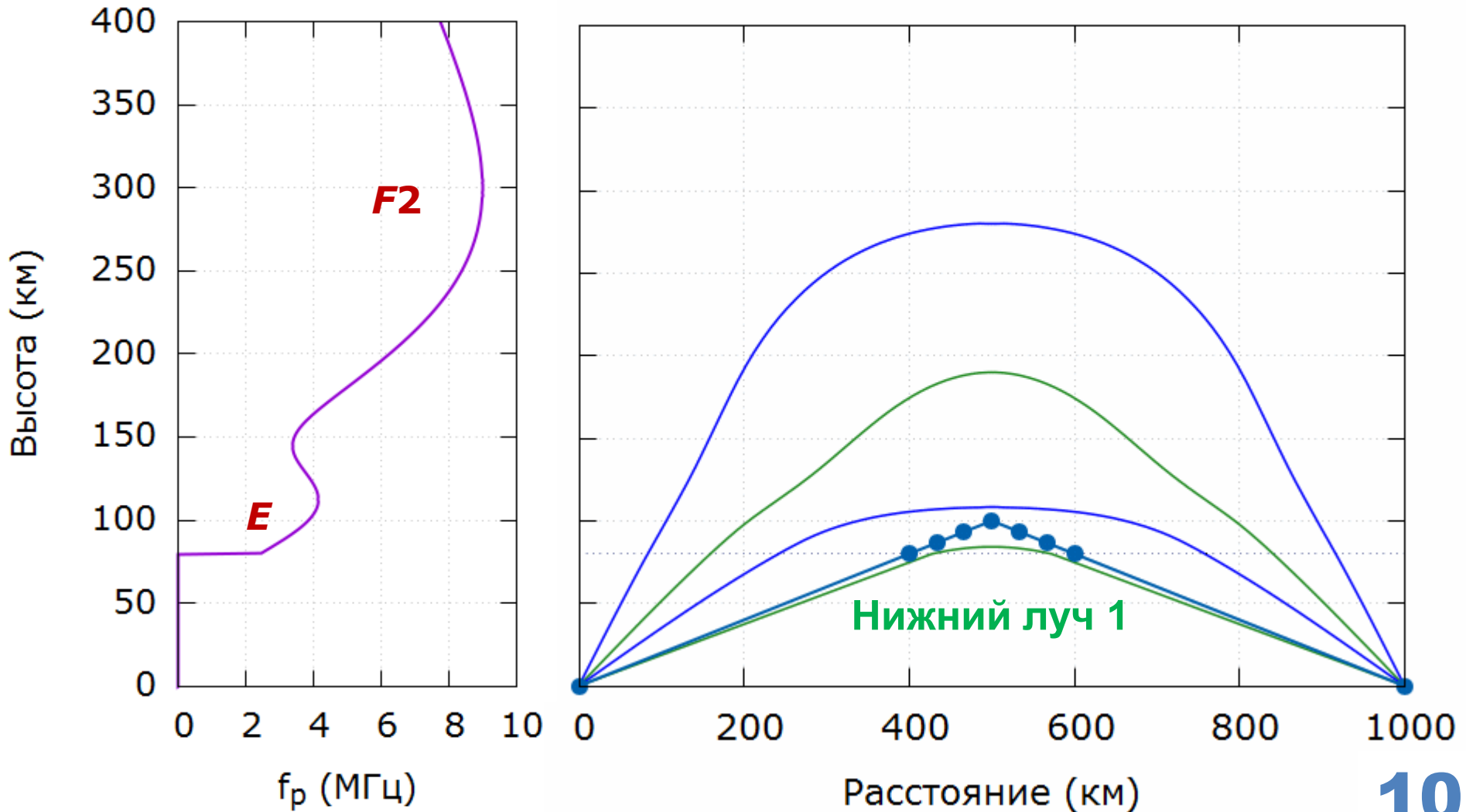
Число точек: 15, Итерация: 0, Сила: 0.3478



Прямой вариационной метод

Частота 12 МГц

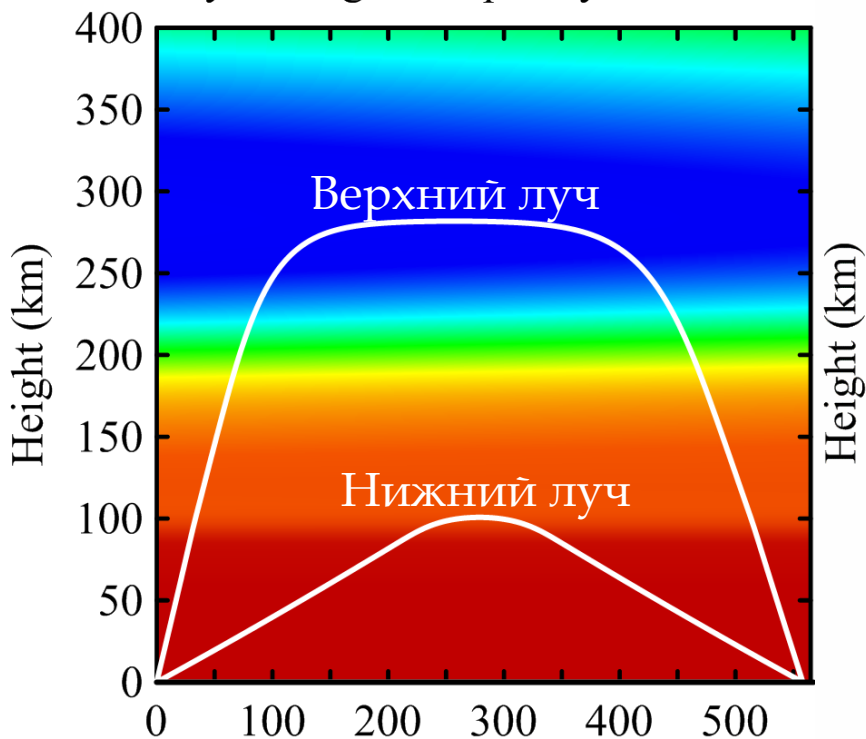
Число точек: 9, Итерация: 0, Сила: 0.3317



Трассировка в модели IRI

Калининград- Стокгольм (IRI-2007),
 $f = 8$ МГц, 22.06.2014 13 UT

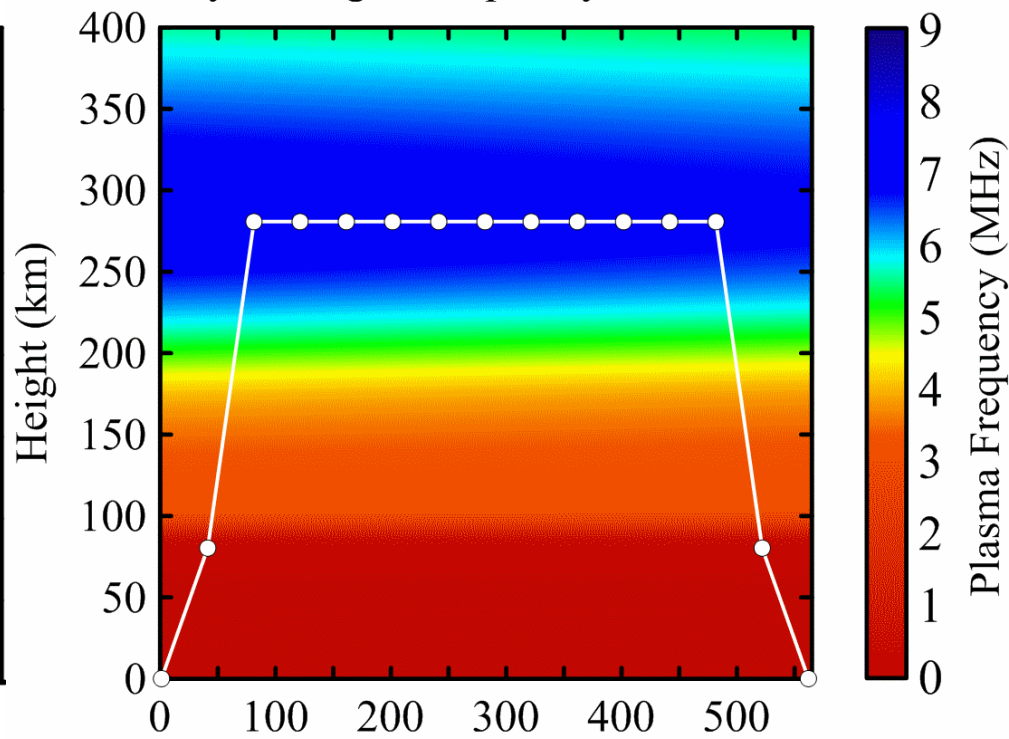
Ray tracing at frequency = 7.5 MHz



Ground Range (km)

Метод стрельбы
(Модель Г.А. Жбанкова)

Ray tracing at frequency = 7.5 MHz



Ground Range (km)

Оптимизация
методами NEB и MMF

Расчет радиотрасс



Верхние лучи



Прямая минимизация
(Метод упругой нити)



Нижние лучи



Поиск седловых точек
(Метод минимальной
моды)

Выводы

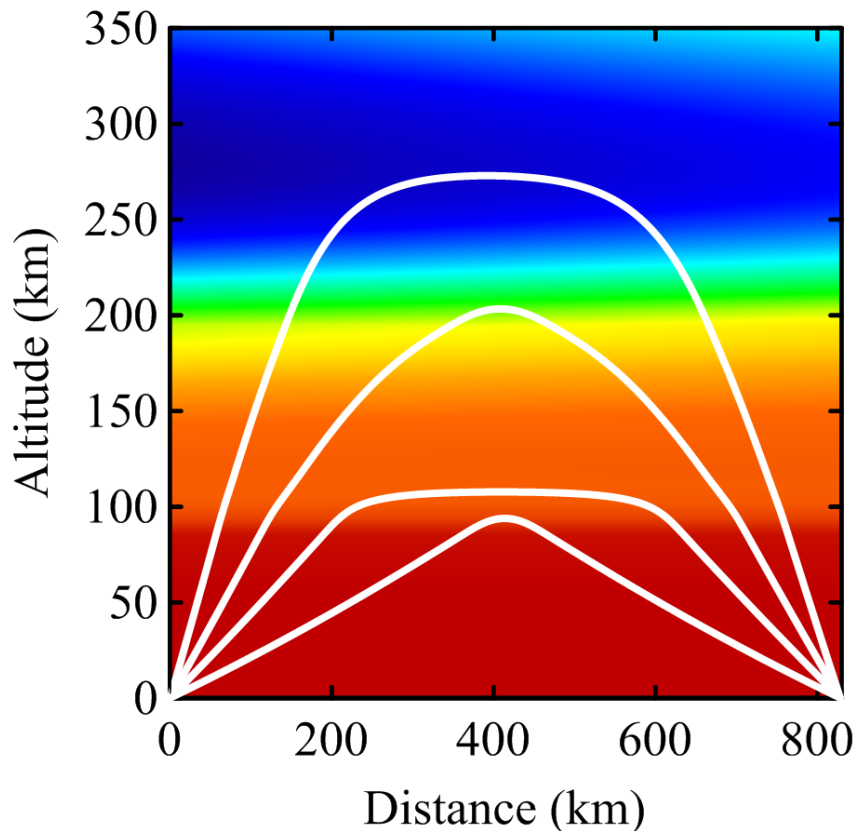
Представлено применение вариационных методов в задаче расчета КВ радиотрасс с заданными граничными условиями.

1. Показано, что **верхние лучи** соответствуют **минимуму** оптической длины пути.
2. Оптическая длина пути **нижних лучей** соответствует **седловой точке**.
3. **NEB** метод позволяет находить верхние и нижние лучи для модельной изотропной среды, где электронная концентрация задавалась по модели IRI-2007.
4. Использование **NEB** метода возможна в любой задаче, где справедливо приближение геометрической оптики (**радиофизика, сейсмика, химия и др.**).

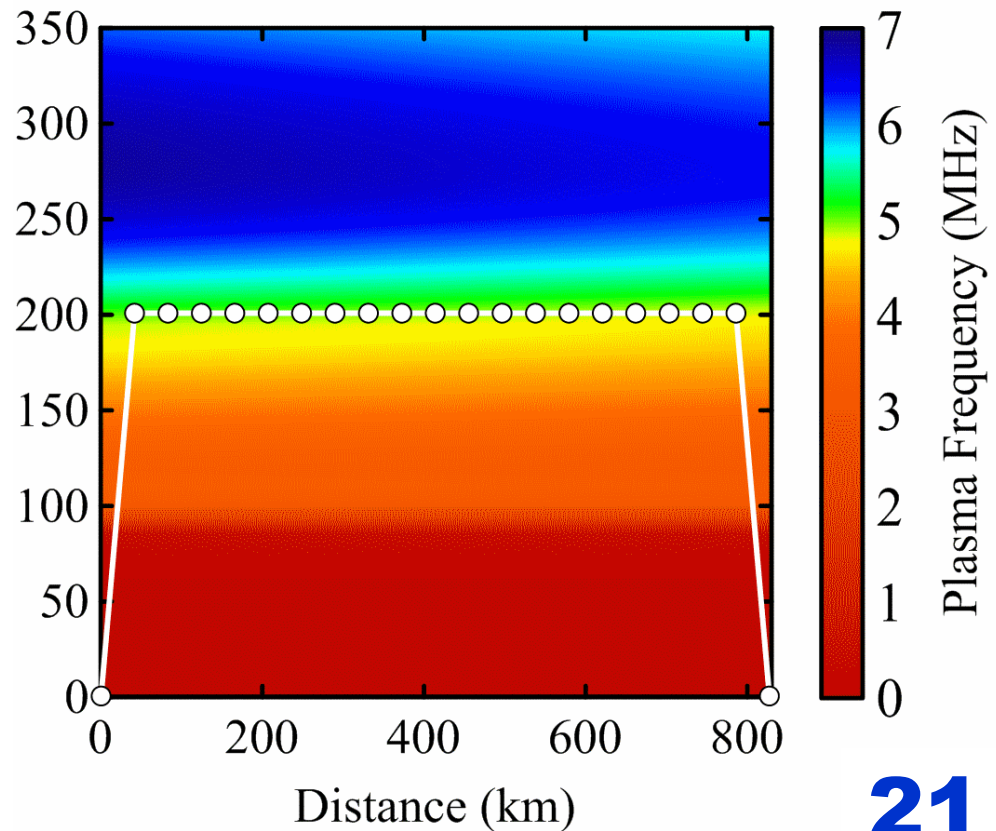
Спасибо за внимание!

Калининград – Стокгольм (модель IRI-2007) $f = 8$ МГц 22.06.2014 13 UT

Shooting method
(Zhbankov's model)

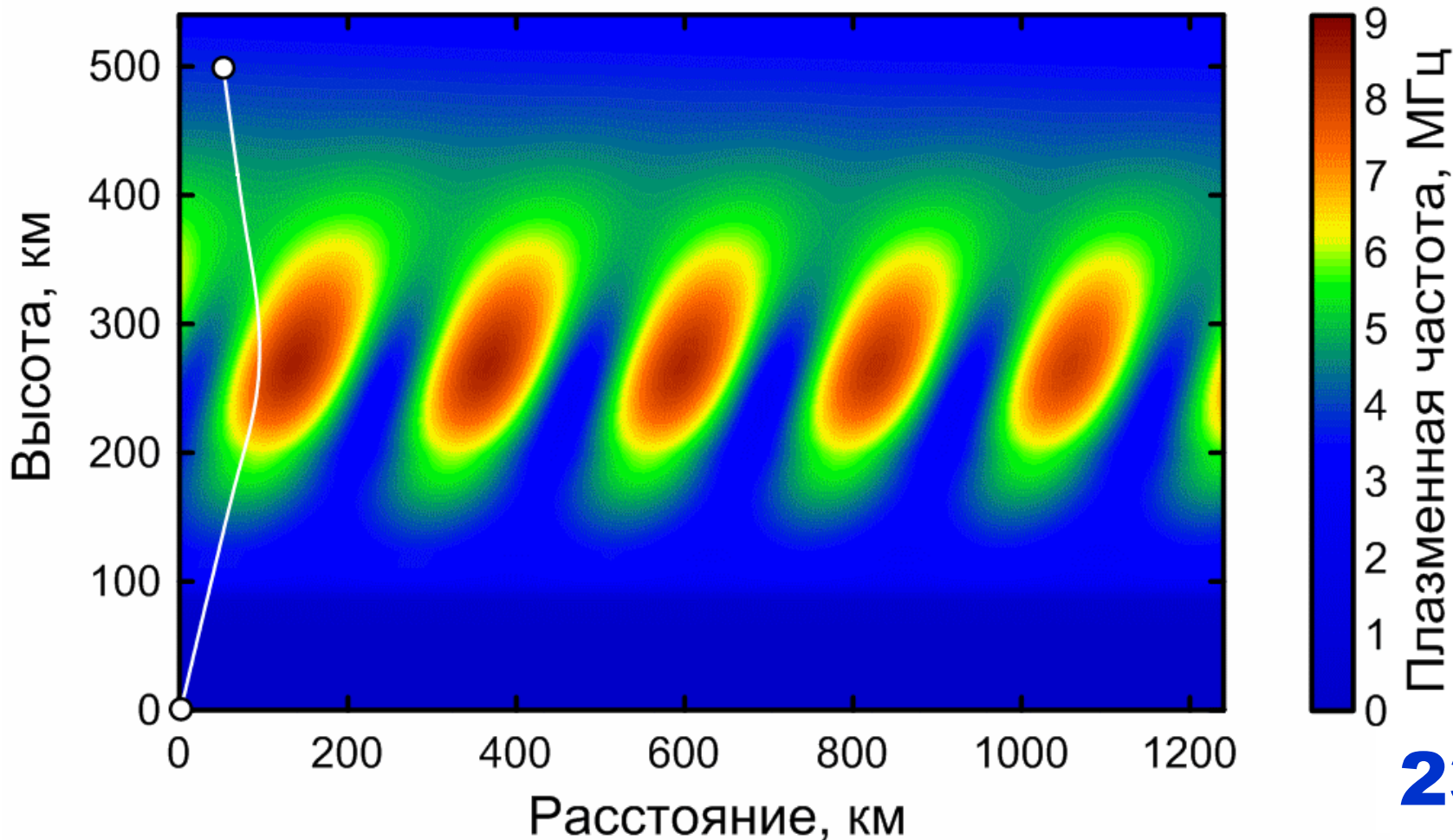


NEB optimization



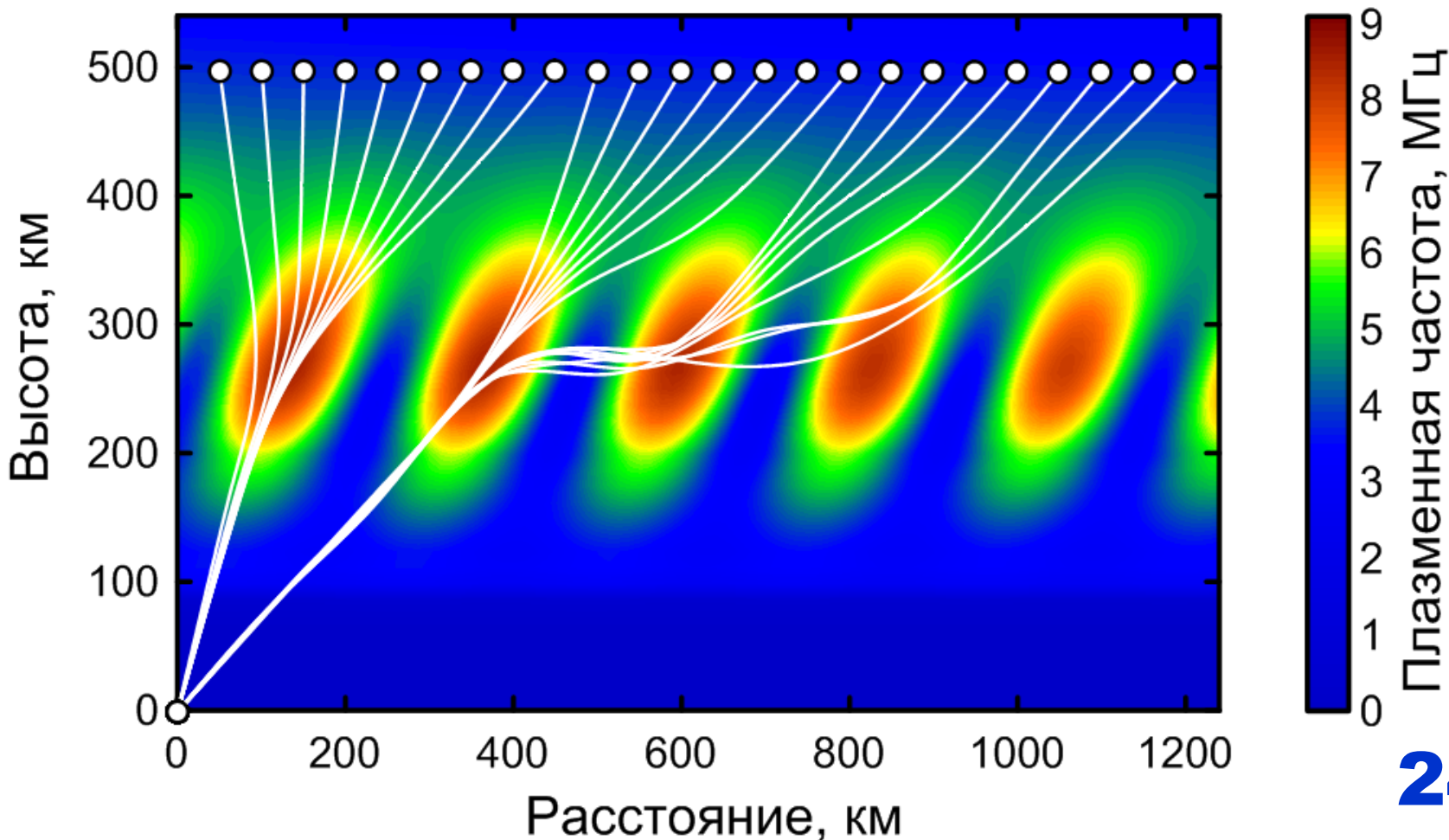
Трасса спутник-Земля (модель IRI-2007) $f = 10$ МГц 22.06.2014 12 UT

Частота 10 МГц



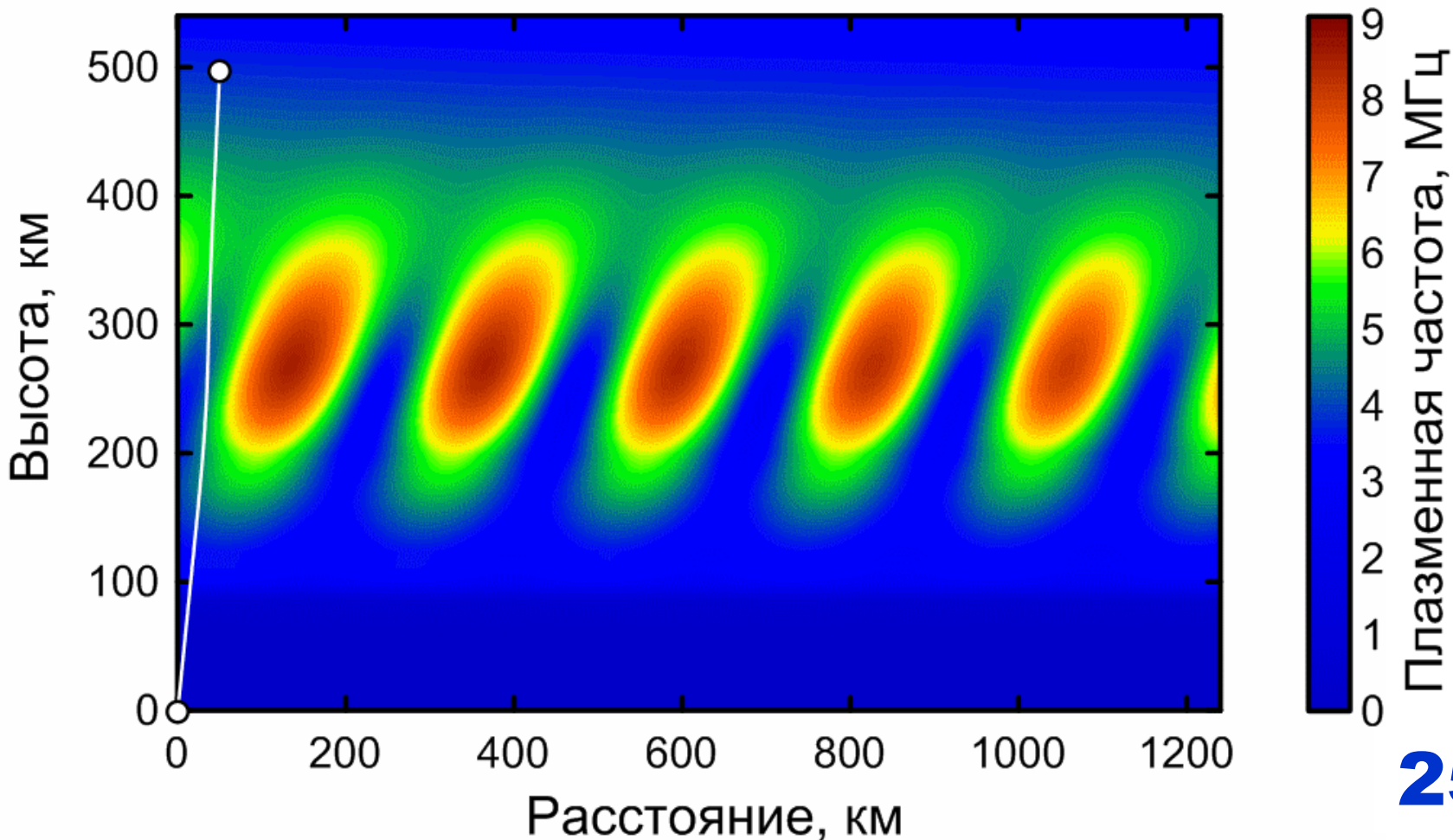
Трасса спутник-Земля (модель IRI-2007) $f = 10$ МГц 22.06.2014 12 UT

Частота 10 МГц



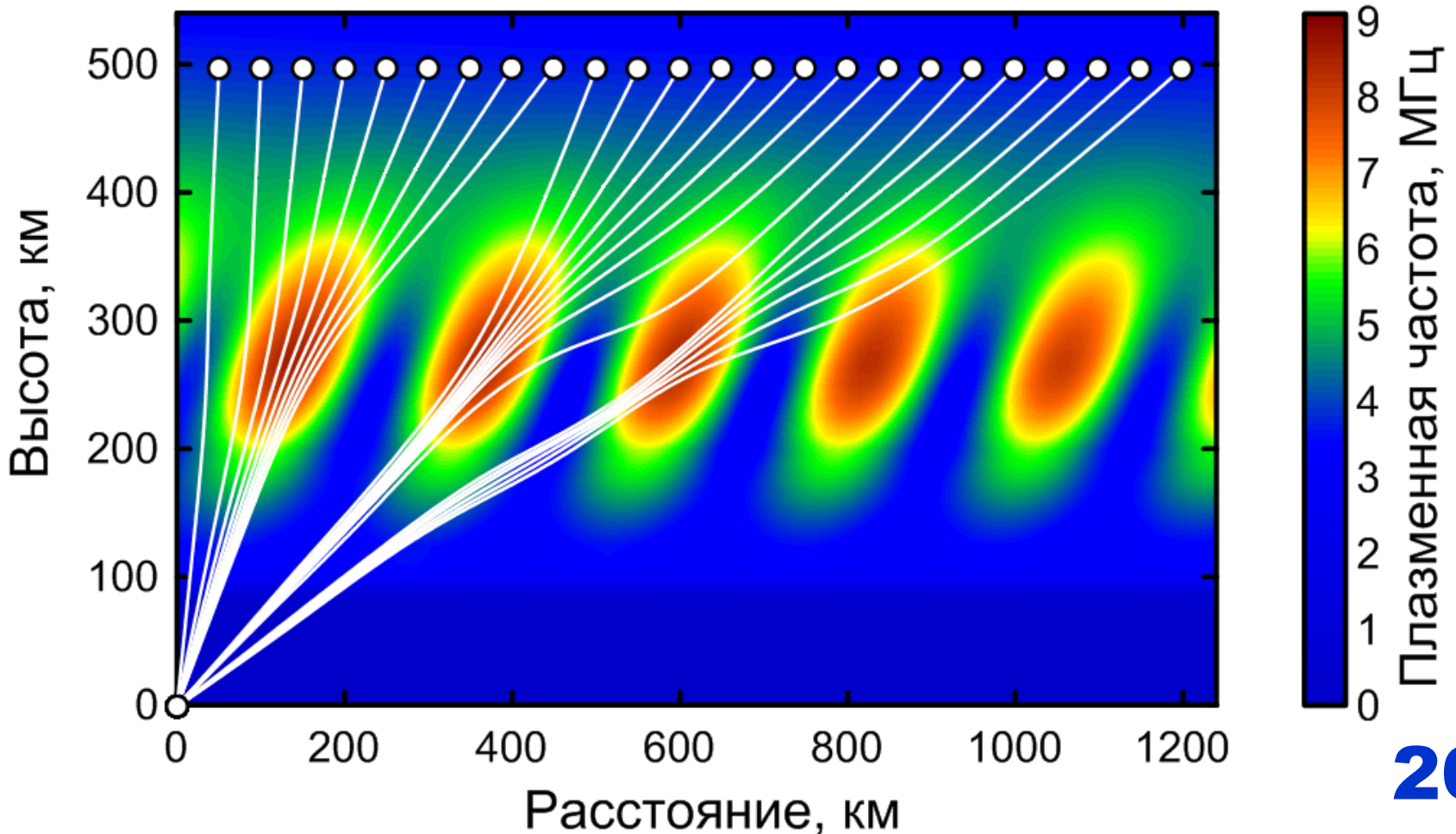
Трасса спутник-Земля (модель IRI-2007) $f = 15$ МГц 22.06.2014 12 UT

Частота 15 МГц



Трасса спутник-Земля (модель IRI-2007) $f = 15$ МГц 22.06.2014 12 UT

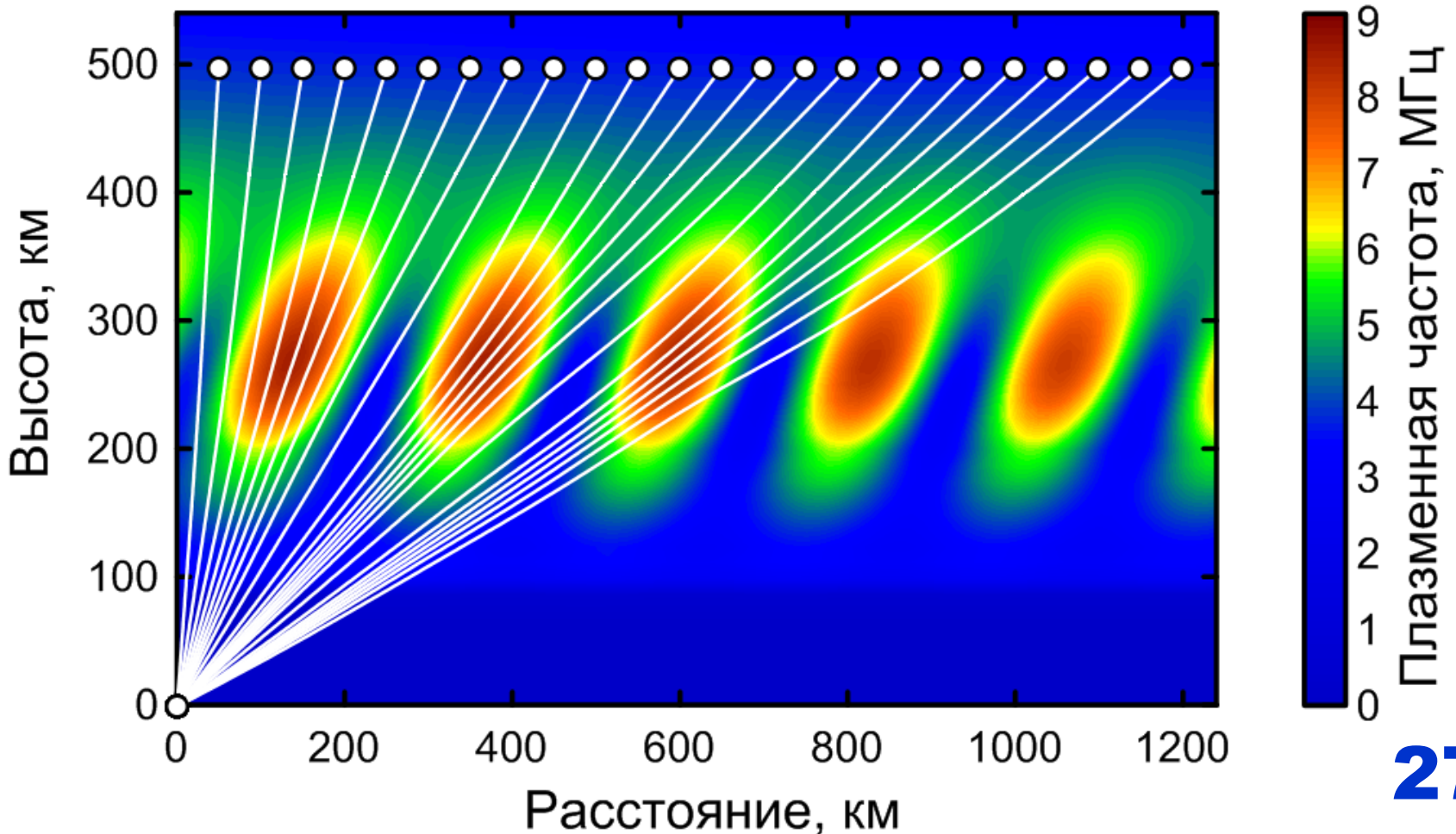
Частота 15 МГц



Трасса спутник-Земля (модель IRI-2007)

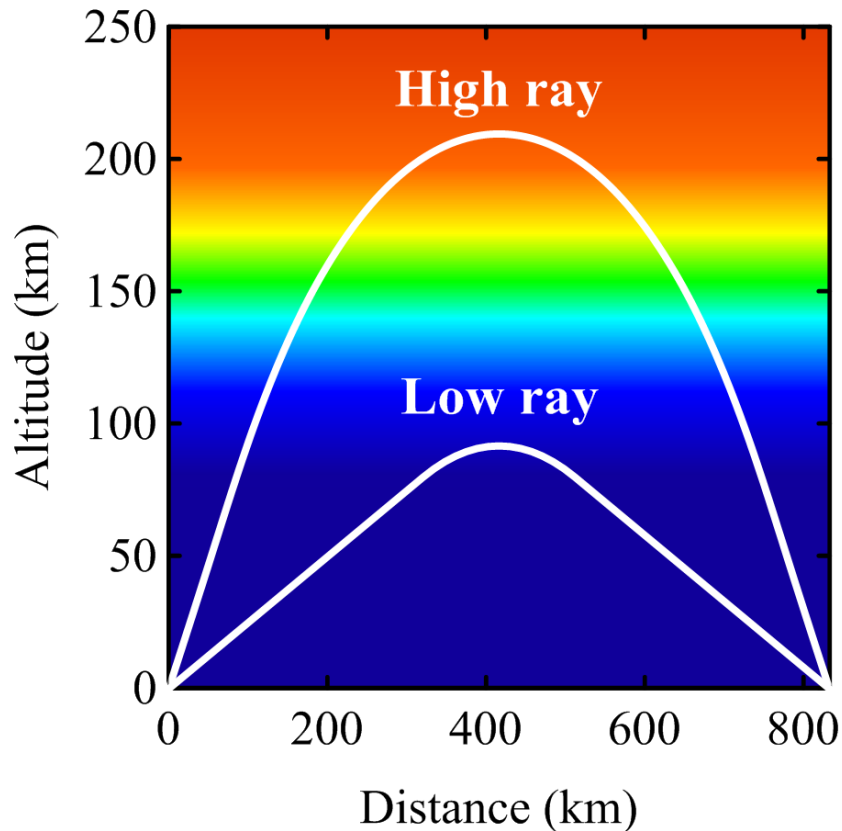
f = 30 МГц 22.06.2014 12 UT

Частота 30 МГц

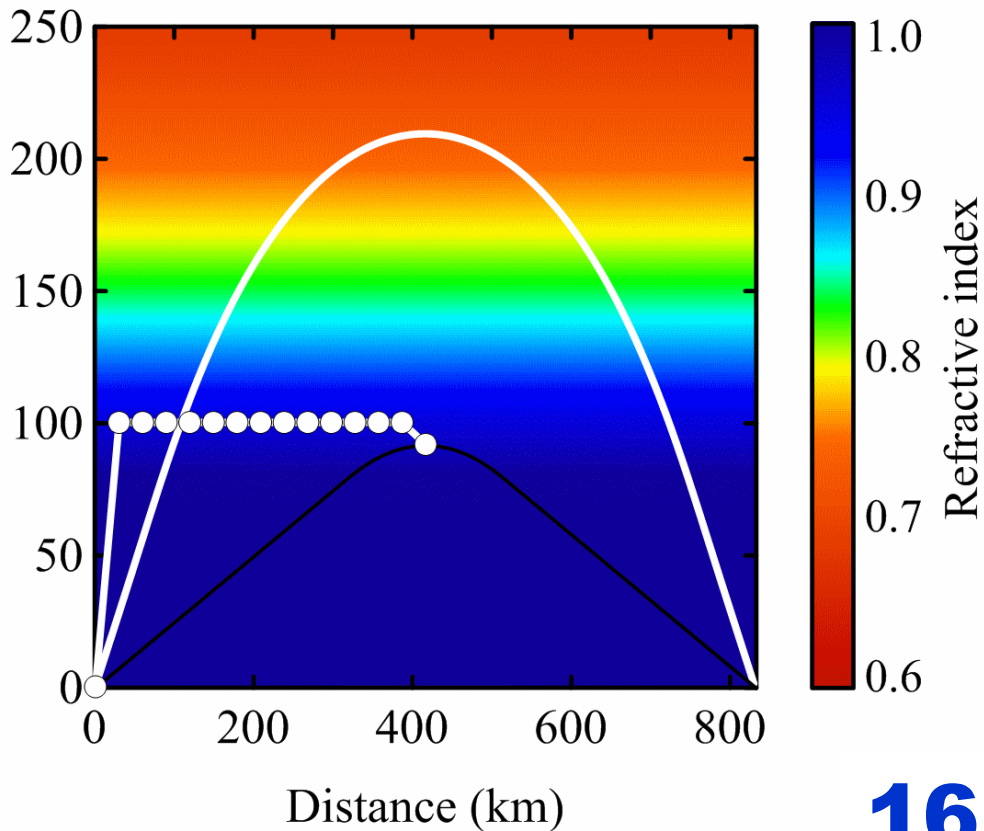


Параболический профиль электронной концентрации ($f = 12$ МГц)

Ray tracing at
frequency = 12 MHz

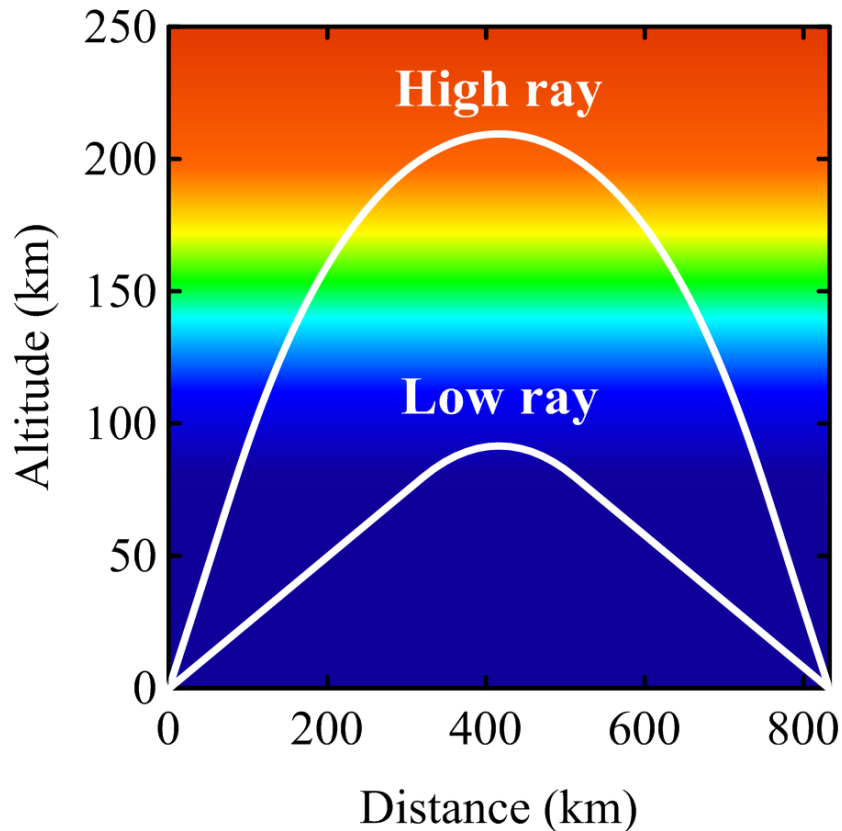


NEB optimization
(Low ray)

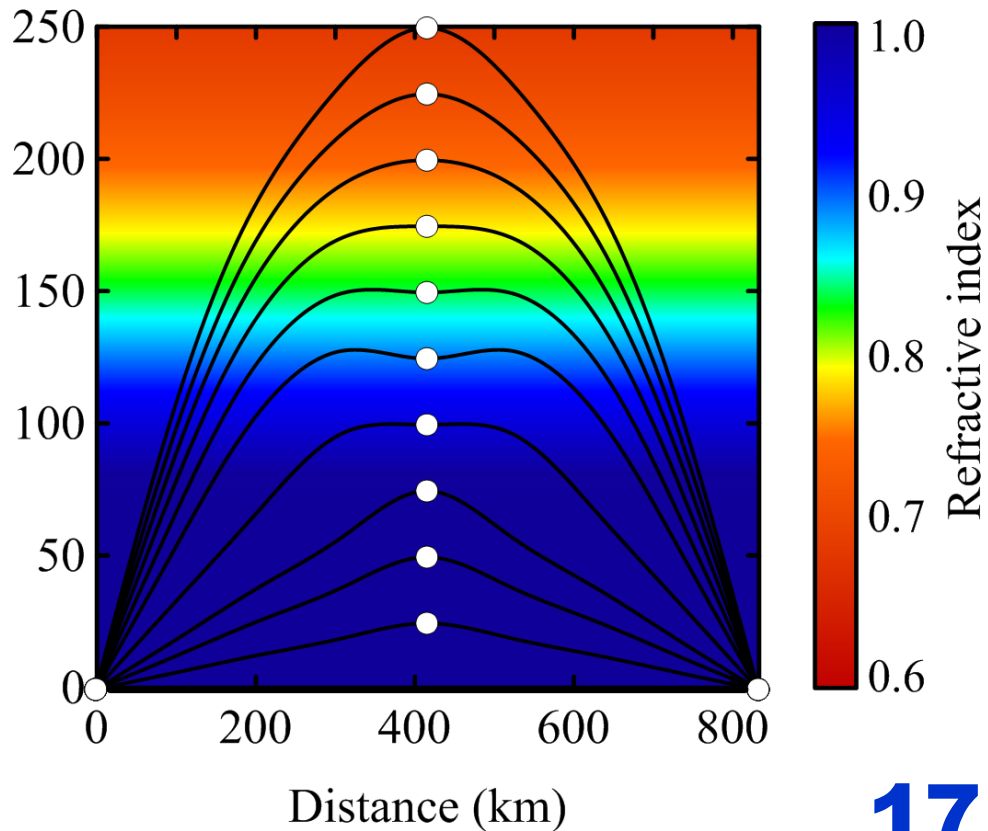


Параболический профиль электронной концентрации ($f = 12$ МГц)

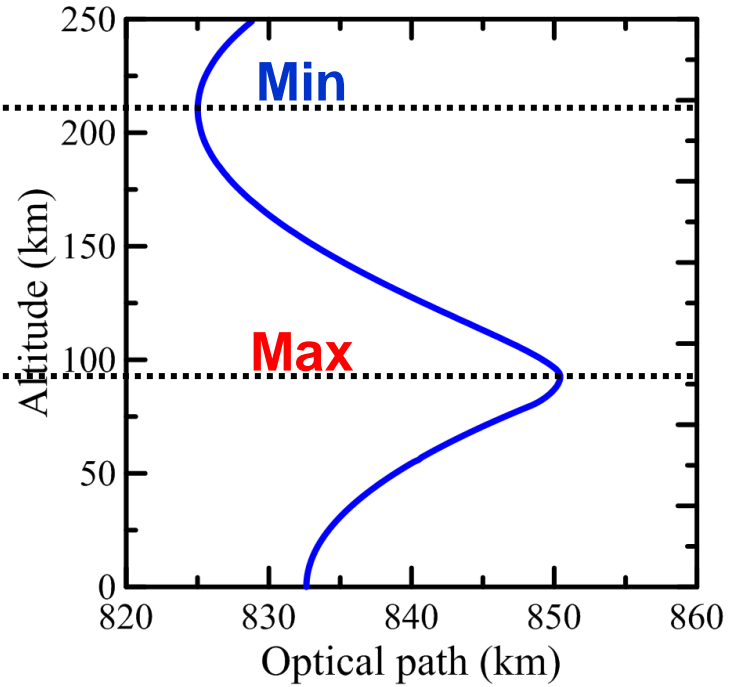
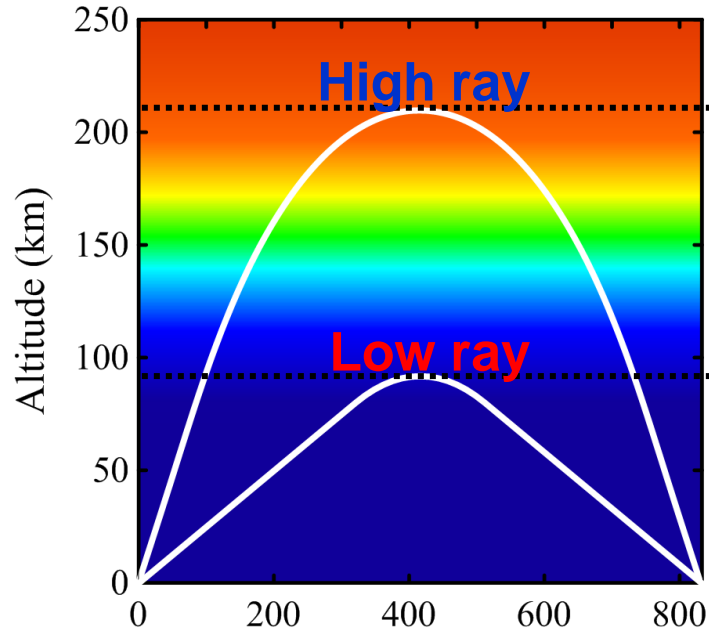
Ray tracing at
frequency = 12 MHz



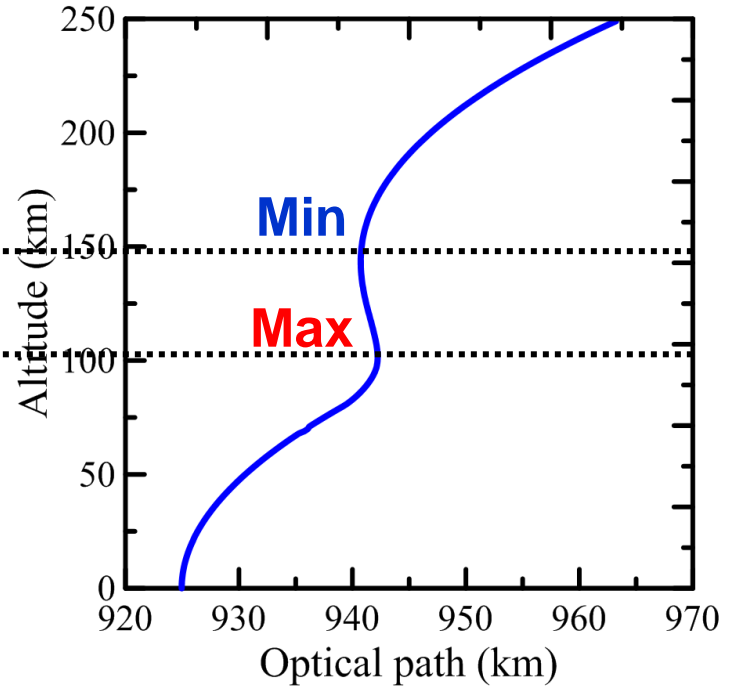
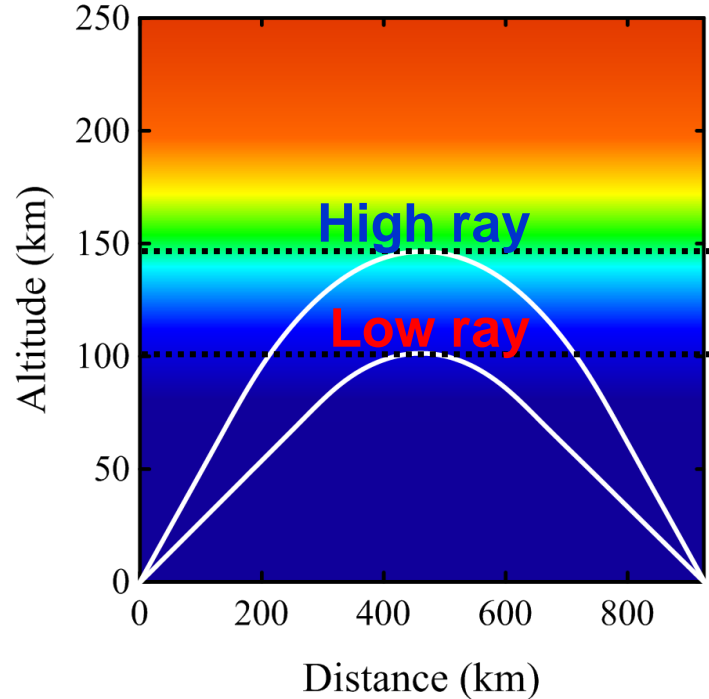
Express analysis



Ray tracing at frequency = 12 MHz



Ray tracing at frequency = 15 MHz



12 MHz

