УДК 539.12

ПЕНТАКВАРКИ СО СКРЫТЫМ ОЧАРОВАНИЕМ В МОДЕЛИ СКИРМА

Ю.Ю. Пантелеева, И.А. Перевалова, М.В. Поляков

Иркутский государственный университет, Иркутск, Россия
panteleevajuliya@mail.ru

PENTAQUARKS WITH HIDDEN CHARM IN THE SKYRME MODEL

J.Yu. Panteleeva, I.A. Perevalova, M.V. Polyakov

Irkutsk State University, Irkutsk, Russia

Аннотация. В данной работе мы предлагаем одну из возможных теоретических моделей, объясняющих существование пентакварка. Мы рассматриваем пентакварк как связанное состояние чармония и некоторого бариона. Связывание происходит за счет хромоэлектрической поляризуемости в эффективном поле бариона, вычисленном в модели Скирма. В работе мы даем объяснение экспериментально-обнаруженному пентакварку и делаем предсказание новых пентакварков.

Ключевые слова: пентакварк, чаромний, тензор энергии-импульса.

Abstract. The article is devoted one of the possible theoretical models that describes pentaquarks. We have considered the pentaquark as the bound state of charmonium and some baryon. Binding happens due to chromoelectric polarizability of charmonium inside the effective potential of the baryon calculated in the Skyrme model. In this report we give a description of a experimentally-detected pentaquark and make a prediction of new pentaquarks.

Keywords: pentaquark, charmomium, energy-momentum tensor.

1. Кварконий-адронное взаимодействие

В квантовой механике рассматривается задача, касающаяся атома водорода, помещенного в однородное электрическое поле. Если предполагать, что электрическое поле достаточно слабое, то такую систему можно рассматривать по теории возмущения, представив Гамильтониан возмущения как $H_d = -\vec{d}\vec{E}$, где $\vec{d}$ — дипольный момент системы, $\vec{E}$ — внешнее электрическое поле. По аналогии можно записать Гамильтониан малого дипольного возмущения тяжелого кваркония $\left(q\bar{q}\right)$ во внешнем хромоэлектрическом поле, эффективный Гамильтониан взаимодействия определяется вторым членом теории возмущения, тогда эффективный потенциал взаимодействия кваркония в глюонном поле адрона есть

$$V_{eff} = -\frac{1}{2}\alpha \vec{E}^a \vec{E}^a, \qquad (1)$$

где α — хромоэлектрическая поляризуемость, $\vec{E}^a$ — хромоэлектрическое поле адрона.

Квадрат хромоэлектрического поля можно представить в виде полусуммы и полуразности хромоэлектрического и хромомагнитного поля $E^2=(E^2+H^2)/2+(E^2-H^2)/2$. Сумму связываем с глюонной плотностью энергии, используя глюонную часть тензора энергии-импульса $T^G_{\mu\nu}$, а разность с тензором напряженности — G, его свертка есть $G^2=2(H^2-E^2)$, тогда

$$g^2 T^G_{00} = -G^a_0 G^a_0 + \frac{1}{4} g_{00} G^2 =$$

$$= E^2 + \frac{1}{2}\left(H^2 - E^2\right) = \frac{1}{2}\left(E^2 + H^2\right),$$

где g — константа сильной связи. Т. е., квадрат хромоэлектрического поля есть $E^2 = -G^2/4 + g^2 T^G_{00}$.

Благодаря конформальной аномалии свертку тензора напряженности можно связать со следом полного тензора энергии-импульса системы $T^\mu_\mu = -b g_s^2 / \left(32 g^2 \pi^2\right) G^2$, где $b = 11/3N_c - 2/3N_f$ — ведущий коэффициент функции Гелл-Манна-Лоу, g_s — константа сильной связи, определяется на радиусе адрона, g — константа сильной связи, определяется радиусе чармония, $g_s \neq g$. С учетом аномалии квадрат поля определяется как $E^a E^a = g^2\left(8\pi^2/(b g_s^2) T^\mu_\mu - T^G_{00}\right)$.

Пусть $T^G_{00} = \xi T_{00}$, где параметр ξ показывает долю адронной энергии, переносимой глюоном, учтем что $T^\mu_\mu = \rho_E(r) - 3p(r)$, где $\rho_E(r)$ описывает распределение плотности энергии бариона, $p(r)$ описывает давление внутри бариона.

Таким образом, потенциал взаимодействия (1) между тяжелым чармонием и барионом будет пропорционален произведению мезонной хромоэлектрической поляризуемости и локальной глюонной плотности энергии-импульса внутри бариона

$$V_{eff} = \alpha \frac{4\pi^2 g^2}{b g_s^2}\left[\rho_E(r)\left(1 + \xi \frac{b g_s^2}{8\pi^2}\right) - 3p(r)\right]. \qquad (2)$$

Фактор $\nu = 1 + \xi(b g_s^2 / 8\pi^2)$ зависит от рассматриваемой модели. В киральной кварк-солитонной модели константа сильной связи α_s выходит на постоянное значение α_s=0.5при радиусе нуклона, используя эту константу связи и b=9 можно получить $\nu \sim 1.5$ для нуклона. Этот потенциал является универсальными, он описывает взаимодействие любого связанного состояния кваркония с адроном.

Возможные связанные состояния чармония и бариона являются решениями радиального уравнения Шредингера с эффективным потенциалом взаимодействия (2) в котором для начала нужно вычислить плотность энергии и давление

$$\frac{d^2\chi}{dr^2}+\left(2\mu[E_{\mathrm{i}}-\alpha V_{eff}(r)]-\frac{l(l+1)}{r^2}\right)\chi=0, \qquad (3)$$

где l — значения орбитального момента, μ — приведенная масса чармония и адрона,

E_{i} — соответствующая энергия связи [Eides, Petrov, Polyakov, 2016].

2. Тензор энергии-импульса. Квантование солитона

В киральной кварк-солитонной модели барион рассматривается, как солитонное возбуждение мезонных полей. Эта модель базируется на действии

$$S[U]=\int d^4x\left(\frac{F_\pi^2}{16}Tr\left(\partial_\mu U\partial^\mu U\right)+\right.$$
$$\left.\frac{1}{32e^2}Tr\left[U^+(\partial_\mu U),U^+(\partial_\nu U)\right]^2+Tr\left(M(U+U^+-2)\right)\right) \qquad (4)$$

где F_π^2 — константа пионного распада, а e — безразмерный параметр, $U(r)$ — киральный солитон, который зависит от сферически-симметричной профильной функции $F(r)$. В рамках данной модели мы вычислим тензор энергии-импульса (ТЭИ), получим аналитические выражения для плотности энергии и давления бариона.

Для параметризации стационарного кирального поля $U(r)$ можно использовать анзац Скирма $\pi^i=n^iF(r)$, вводя унитарную матрицу $U(r)=\exp(i\lambda^a\pi^a)$, где λ^a — матрицы Гелл-Манна, $n^i=r^i/r$ — единичный вектор.

Варьируя действие (4), получим уравнение движения на профильную функцию $F(r)$ определяющую форму солитона [Cebulla, Goeke, Ossmann, Schweitzer, 2007]

$$\left(\frac{r^2}{4}+\frac{2\sin^2F(r)}{e^2F_\pi^2}\right)F''(r)+\frac{rF'(r)}{2}+$$
$$+\frac{F'(r)^2\sin 2F(r)}{e^2F_\pi^2}-\frac{\sin 2F(r)}{4}-$$
$$-\frac{\sin^2F(r)\sin 2F(r)}{e^2F_\pi^2r^2}-a\frac{r^2}{8}\sin F=0,$$

где $a=m_\pi^2+m_\eta^2$ – массы псевдоскалярных мезонов. Тензор энергии-импульса по теореме Нетер есть

$$T_{\nu\alpha}=\frac{F_\pi^2}{8}Tr\left(L_\nu L_\alpha\right)+\frac{1}{8e^2}Tr\left([L_\beta,[L_\nu,L_\beta]]L_\alpha\right)-g_{\nu\alpha}\Lambda, \qquad (5)$$

где Λ — Лагранжиан Скирма, описанный в действии (4), тут введено $L=U^+\partial_\mu U$.

Используя ТЭИ (5) выразим плотность энергии $\rho_E(r)=T_{00}$ и давление внутри бариона $p(r)=1/3\delta_{ij}T^{ij}$

$$\rho_E(r)=\frac{F_\pi^2}{8}\left(2\frac{\sin^2F}{r^2}+F^2\right)+$$
$$+\frac{\sin^2F}{2e^2r^2}\left(\frac{\sin^2F}{r^2}+2F^2\right)+ \qquad (6)$$
$$+\frac{F_\pi^2}{4}\left(m_\pi^2+m_\eta^2\right)\sin^2\frac{F}{2},$$

масса солитона по определению $M_s=4\pi\int drr^2\rho_E(r)$.

$$p(r)=\frac{F_\pi^2}{24}\left(\frac{2\sin^2F}{r^2}+F^2\right)+$$
$$+\frac{1}{6e^2}\frac{\sin^2F}{r^2}\left(\frac{\sin^2F}{r^2}+2F^2\right)- \qquad (7)$$
$$-\frac{F_\pi^2}{4}\left(m_\pi^2+m_\eta^2\right)\sin^2\frac{F}{2},$$

давление должно удовлетворять условию стабильности $\int d^3rp(r)=0$.

Пионные поля испытывают квантовые флуктуации вокруг классического решения, поэтому рассмотрим вращение солитона, описываемое унитарной SU(3) матрицей $R(t)$, характеризующей поворот в пространстве ароматов $U(r,t)=R(t)U(r)R^+(t)$. Рассмотрев ТЭИ (5) для вращающегося поля, возникнут угловые скорости $\Omega(t)=R(t)R(t)^+=i/2\Omega^a\lambda^a$, позволяющие провести каноническое квантование солитона $J^a=\frac{\partial\Lambda}{\partial\Omega^a}\to\hat{J}^a$, где $\hat{J}^a$ — момент импульса. Квантование вращения солитона очень похоже на квантование шарового волчка, у которого все три момента инерции I одинаковы. В результате канонического квантования, энергия вращения солитона или спектр энергии барионных состояний выражается

$$E^{\mathrm{rot}}=\frac{1}{2I_2}\left(p+q+\frac{1}{3}(p^2+q^2+pq)\right)+$$
$$+\left(\frac{1}{2I_1}-\frac{1}{2I_2}\right)J(J+1)-\frac{N_c^2B^2}{24I_2},$$

где (p,q) определяют представление группы SU(3), определяются оператором Казимира $\sum_{a=1}^{8}J^aJ^a=p+q+1/3\left(p^2+q^2+pq\right)$. J — определяет спин частицы и удовлетворяет коммутационному соотношению $\sum_{i=1}^{3}J^iJ^i=J\left(J+1\right)$, член $N_c^2B^2/(24I_2)$ приходит из условия квантования Гуаданьини, при рассмотрении члена Весса–Зумино, N_{c} — количество цветов, B — барионный заряд, I_1, I_2 — моменты инерции, определяются при квантовании [Diakonov, Petrov, Polyakov, 1997].

Рассмотрев ТЭИ (5) вращающегося солитона, выпишем полученные выражения для ротационных поправок к плотности энергии и давлению, где p=4, …, 7

$$\rho_E^{\mathrm{rot}}(r) = \frac{1}{12}\vec{\Omega}^2 \sin^2 F \left(F_\pi^2 + \frac{4}{e^2}\left(F^2 + \frac{\sin^2 F}{r^2} \right) \right) + \\ + \frac{1}{8}\Omega^p\Omega^p \sin^2 \frac{F}{2}\left(F_\pi^2 + \frac{1}{e^2}\left(F^2 + \frac{2\sin^2 F}{r^2} \right) \right), \tag{8}$$

$$p^{\mathrm{rot}}(r) = \frac{1}{12}\vec{\Omega}^2 \sin^2 F \left(F_\pi^2 + \frac{4}{3e^2}\left(F^2 + \frac{\sin^2 F}{r^2} \right) \right) + \\ + \frac{1}{8}\Omega^p\Omega^p \sin^2 \frac{F}{2}\left(F_\pi^2 + \frac{1}{3e^2}\left(F^2 + \frac{2\sin^2 F}{r^2} \right) \right). \tag{9}$$

4. Связанное состояние бариона и ψ(2*S*)

Рассмотрим пентакварк как связанное состояние чармония и некоторого бариона. Связывание происходит за счет хромоэлектрического взаимодействия чармония ψ(2*S*) и бариона. Чармоний проникает в глюонное поле бариона и поляризуется в нем подобно тому, как диполь поляризуется во внешнем электрическом поле. Мы определили такое взаимодействие в терминах хромоэлектрической поляризуемости чармония и тензора энергии-импульса (2). Плотность энергии (6) и давление (7) внутри бариона, а также их ротационные поправки (8), (9) были получены путем вычисления ТЭИ в модели Скирма для стационарного и вращающегося поля солитона. Показано квантование вращающегося солитона, в результате которого получен спектр энергии барионов, совпадающий с экспериментальными значениями.

Значение хромоэлектрической поляризуемости чармония α постоянно, неизменно для каждого из уровней чармония. Мы вычислили ее значение путем решения уравнения Шредингера (3) с известной энергией связи E_i=–176 МэВ для уже обнаруженного в 2015 г. пентакварка P_c(4450). Вычисленное значение хромоэлекрической поляризуемости второго возбужденного состояния чармония α_{2S}=17.8 ГэВ$^{-3}$, ранее оно было вычислено в работах [Eides, Petrov, Polyakov, 2016], [Perevalova, Polyakov, Scheirzer, 2016].

Решая уравнение Шредингера с потенциалом взаимодействия (1) и хромоэлектрической поляризуемостью второго возбужденного состояния чармония, получаем энергию связи для пентакварка, представленного как связанное состояния чармония ψ(2*S*) с октетом, декуплетом и анти-декуплетом барионов.

В таблице представлены значения, полученных масс пентакварков и их энергий связи для s — и *l*— волновых функций.

Массы, полученных пентакварков, энергии связи чармония и барионных состояний
(размерность представлена в ГэВ)

	ψ(2*S*)+октет p=1, q=1, J=1/2	ψ(2*S*)+декуплет p=3, q=0, J=3/2	ψ(2*S*)+анти–декуплет p=0 q=3, J=1/2
l=0	$M_{\text{пен1}}$=4.332, $E_{\text{св1}}$=–0.503	$M_{\text{пен1}}$=4.376, $E_{\text{св1}}$=–0.692	$M_{\text{пен}}$=5.262, $E_{\text{св}}$=–0.224
	$M_{\text{пен2}}$=4.821, $E_{\text{св1}}$=–0.015	$M_{\text{пен2}}$=5.003, $E_{\text{св2}}$=–0.068	
l=1	$M_{\text{пен}}$=4.72, $E_{\text{св}}$=–0.116	$M_{\text{пен}}$=4.822, $E_{\text{св}}$=–0.245	$M_{\text{пен1}}$=4.974, $E_{\text{св1}}$=–0.512

Список литературы:

Eides M.I., Petrov V.Y., Polyakov M.V. Narrow Nucleon-ψ(2*S*) Bound State and LHCb Pentaquarks // Phys. Rev. 2016. 14 p.

Cebulla C, Goeke K., Ossmann J., Schweitzer P., The nucleon form-factors of the energy momentum tensor in the Skyrme model // Phys. Rev. 2007.19 p.

Diakonov D., Petrov V., Polyakov M.V. Exotic Anti-Decuplet of Baryons: Prediction from Chiral Solitons // Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nucleiю. 1997. V. 359, iss. P. 305–314.

Perevalova I.A., Polyakov M.V., Scheirzer P. On LHCb pentaquarks as a baryon-ψ(2*S*) bound state prediction of isospin pentaquarks with hidden charm. 2016. 19 p.