УДК 539.12, 537.8

УЧЕТ НЕУПРУГИХ ВКЛАДОВ В ПРОЦЕСС УПРУГОГО pp-РАССЕЯНИЯ

А.Н. Валл, И.А. Перевалова, А.К. Сокольникова, К.А. Тресков

ANALYSIS OF THE INELASTIC CONTRIBUTIONS TO THE ELASTIC pp-SCATTERING

A.N. Vall, I.A. Perevalova, A.K. Sokolnikova, K.A. Treskov

Используется разработанный ранее механизм выражения неупругой функции перекрытия через упругую амплитуду процесса pp-рассеяния. Данный механизм основан на условии унитарности S-матрицы. Указанная неупругая функция перекрытия вычислена в модели дипольного померона для упругой амплитуды. Получена зависимость плотности неупругой функции перекрытия от энергии сталкивающихся протонов и от пространственного параметра μ. Этот параметр является квантовым аналогом прицельного параметра и служит инструментом корректного описания малой окрестности центра столкновения протонов. Вычисленная в данной работе неупругая функция перекрытия является основой для нахождения зависимости средней множественности рождения частиц от пространственного параметра μ. Средняя множественность в свою очередь является одним из наблюдаемых параметров на Большом адронном коллайдере и может служить для проверки и уточнения теоретических моделей упругой амплитуды.

We use our previous mechanism of expressing an inelastic overlap function via elastic amplitude of pp-scattering. The mechanism is based on the unitarity condition for S-matrix. Mentioned inelastic overlap function is obtained in the dipole Pomeron model of elastic amplitude. Dependence of the inelastic overlap function on energy of colliding protons and spatial parameter μ is received. The μ parameter represents quantum analogue of usual impact parameter. It serves for correct description of a small area around proton collision center. Obtained in this work inelastic overlap function is a basis for finding the dependence of average plurality on the spatial parameter. But the average plurality is one of the observed parameters at the Large Hadron Collider. It can be used for checking and making more precise existent models of elastic amplitude.

Последовательное квантово-механическое введение представления прицельного параметра было выполнено в работе [Валл, Макеев, 1978]. Операторы компонент вектора минимального сближения и компоненты орбитального момента в направлении движения при каноническом квантовании реализуют алгебру SO(2.1) при $q^2=const$. Здесь и далее q – импульс в системе центра масс.

$$\hat{d}_j = \frac{1}{q^2}(\varepsilon_{jkm}\hat{q}_k\hat{L}_m - i\hat{q}_j),$$

$$\left[\hat{d}_1, \hat{d}_2\right] = -\frac{i}{q^2}\hat{L}_3,$$

$$\left[\hat{d}_1, \hat{L}_3\right] = -i\hat{d}_2,\ \left[\hat{d}_2, \hat{L}_3\right] = i\hat{d}_1.$$

Собственные значения оператора Казимира алгебры естественно трактовать как квадрат прицельного параметра.

$$\hat{K}\psi = b^2\psi,\ \ \hat{K} = \hat{d}_\perp^2 - \frac{1}{q^2}\hat{L}_3,\ \ \hat{d}_\perp^2 = \hat{d}_1^2 + \hat{d}_2^2.$$

При построении представлений алгебры удобно ввести параметр $\mu = \sqrt{b^2q^2 - 1/4}$, характеризующий непрерывное унитарное представление, который мы в дальнейшем будем использовать в качестве прицельного параметра. В импульсном пространстве такое представление реализуют функции конуса

$$P_{-1/2+i\mu}\left(q\Big/\sqrt{q^2 - q_\perp^2}\right).$$

Амплитуду упругого процесса можно разложить как функцию на SO(2.1) независимо в передней ($q3>0$) и задней ($q3<0$) полусферах, сигнатура (∫) в формуле ниже отвечает знаку $q3$. Ядром перехода от импульсного представления к представлению прицельного параметра является плоская волна на группе SO(2.1).

$$A^{(\epsilon)}(q, s) = \int u^{(\epsilon)}(\mu)\xi(\mu, q)\,d\Omega_\mu,$$

$$\xi(\mu, q) = \frac{q}{\sqrt{q^2 - \vec{q}_\perp^{\,2}}}\left(\frac{q - \vec{n}\vec{q}_\perp}{\sqrt{q^2 - \vec{q}_\perp^{\,2}}}\right)^{-1/2 - i\mu}.$$

Здесь $n = (1, \vec{n})$ – трехмерный изотропный вектор на гиперболоиде. Метрика на гиперболоиде задается как (+, –, –). Мера интегрирования $d\Omega_\mu = \mu\tanh\pi\mu\, d\mu\, d\varphi$ и область изменения параметров $\mu\in(0, \infty)$, $\varphi\in(0, 2\pi)$. Коэффициенты разложения амплитуды по плоским волнам на группе SO(2.1) $u^{(\epsilon)}(\mu)$ мы будем называть профильной функцией. Ее можно найти обратным преобразованием представления, приведенного выше.

$$u^{(\epsilon)}(\mu) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int A^{(\epsilon)}(q, s)\overline{\xi}(\mu, q)\,d\Omega_q.$$

Мера интегрирования $d\Omega_q = \dfrac{q_\perp}{q\sqrt{q^2 - q_\perp^2}}\,dq_\perp d\theta$, область изменения параметров $q_\perp\in(0, q)$, $\theta\in(0.2\pi)$.

В качестве модели амплитуды мы будем использовать модель обмена двойным полюсом Померанчука – дипольным помероном. Реджевские модели строятся из предположения, что парциальные амплитуды имеют полюс в комплексной плоскости углового момента. Обычно предполагается, что эти полюса являются полюсами первого порядка.

$$A_l(t) = \frac{\beta(t)}{l - \alpha(t)}$$

Величина $\alpha(t)$ называется траекторией реджеона, t – квадрат переданного импульса. При высоких энергиях основной вклад в амплитуду дает только один полюс, называемый полюсом Померанчука (померон). Но использование простого полюса не полностью описывает упругое pp-рассеяние: логарифмический рост полного сечения по энергии и структура дифференциального сечения по переданному импульсу не объясняются этой моделью.

Из КХД следует, что затравочный померон является более сложной сингулярностью, чем простой полюс. Было показано [Lipatov, 1986], что реджезованный двуглюонный обмен можно трактовать как померон и ему соответствует целый ряд особенностей в комплексной плоскости l. Удобной для феноменологических целей аппроксимацией сложной структуры сингулярностей померона в КХД является полюс второго порядка. Кратность, равная двум, является единственно возможной альтернативой простому полюсу для выполнения условия унитарности при не сингулярном вычете в полюсе при t=0. Стандартная амплитуда для pp-рассеяния в реджевских моделях обычно выбирается в виде

$$A_{\mathrm{pp}}=A_{\mathrm{P}}-A_{\mathrm{O}}+A_{\mathrm{SR}}.$$

Вторичные реджеоны (A_{SR}, обычно это f- и ω-мезоны) параметризованы в стандартном виде с экспоненциальным вычетом в полюсе, их влиянием при высоких энергиях можно пренебречь. Обмен оддероном (A_{O}) соответствует трехглюонному обмену и так же подавлен по сравнению с помероном в области малых переданных импульсов. Таким образом, нам достаточно рассмотреть только вклад обмена дипольным помероном (A_{P}).

Амплитуда для обмена дипольным помероном в t-канале (A_{P}) имеет вид

$$A_{\mathrm{P}}(s,t)=\frac{ia_{\mathrm{P}}s}{b_{\mathrm{P}}s_0}\times$$
$$\times\left(r_1^2(s)e^{r_1^2(a(t)-1)}-\varepsilon_{\mathrm{P}}r_2^2(s)e^{r_2^2(a(t)-1)}\right).$$

Здесь $r_1^2(s)=\ln\frac{s}{s_0}+b_{\mathrm{p}}-\frac{i\pi}{2}$, $\quad r_2^2(s)=\ln\frac{s}{s_0}-\frac{i\pi}{2}$.

Коэффициент b_{p} задает наклон первого дифракционного конуса, s_0 наклон второго, ε_{p} отвечает за формирование «провала» в дифференциальном сечении. Данная амплитуда взята из [Jenkovszky, et al., 2011]. Здесь использованы обычные мандельштамовские переменные s – квадрат энергии сталкивающихся частиц в системе центра масс и t – квадрат переданного импульса. В данной работе используется линейная траектория реджеона с единичным интерсептом $\alpha(t)=1+\alpha` t$. Интерсепт может быть больше единицы, но это отличие мало и на энергиях LHC несущественно. Данная амплитуда нормирована на дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{dt}=\frac{\pi}{s^2}|A(s,t)|^2$ и «оптическую теорему» $\sigma_{\mathrm{tot}}=\frac{4\pi}{s}\operatorname{Im}A(s,t)\big|_{t=0}$.

Перепишем амплитуду в гиперболических переменных $u=(u_0,\vec u)=\left(\frac{q}{q_3},\frac{\vec q_\perp}{q_3}\right)$, $u_0^2-\vec u^2=1$, переводящих сферу в импульсном пространстве $q^2=q_1^2+q_2^2+q_3^2$ в двухполостный гиперболоид u^2=1 с использованием нормировки $\frac{d\sigma}{d\vec u}=\frac{\pi}{s^2}\left|F^{(\epsilon)}(\vec u,s)\right|^2$.

Получим $F^{(\epsilon)}(\vec{\mathrm{u}},s)=\frac{q}{su^{3/2}}\mathrm{A}_{\mathrm{p}}(\vec{\mathrm{u}},s)$.

Плоская волна на SO(2.1) в гиперболических переменных имеет вид $\xi(\mu,u)=u_0(un)^{-1/2-i\mu}$.

Мы будем вычислять профильную функцию только для рассеяния в переднюю полусферу, потому что при рассеянии на большие углы становится значительным малоизученный вклад оддерона.

$$u^{(+)}(\mu)=\int\bar\xi(\mu,\vec u)F^{(+)}(\vec u)\frac{d\vec u}{u_0^{9/2}}.$$

Проведем интегрирование по углу между $\vec u$ и $\vec n$, используя известное соотношение

$$\int_0^{2\pi}(\vec u\vec n)^{-1/2-i\mu}d\varphi=2\pi P_{-1/2+i\mu}(u_0).$$

Получим

$$u^{(+)}(\mu)=\frac{ia_{\mathrm{p}}q}{2\pi b_{\mathrm{p}}s_0}\times$$
$$\int_1^{+\infty}P_{-\frac{1}{2}+i\mu}(u_0)\left(r_1^2e^{-2qa`r_1^2(1-\frac{1}{u_0})}-\varepsilon_{\mathrm{p}}r_2^2e^{-2qa`r_2^2(1-\frac{1}{u_0})}\right)\frac{du_0}{u_0^{\frac{5}{2}}}.$$

Можно получить разложение профильной функции в виде ряда, но мы не будем приводить его ввиду громоздкости. Все физически интересные следствия можно получить из интегрального представления. Во-первых, очевидно, что профильная функция не имеет сингулярности при $\mu\to 0$ в отличие от эйконального представления, где профильная функция ведет себя как $1/b^{2+a(t)}$ при $b\to 0$ в реджевских моделях. Во-вторых, упругое сечение растет как $\sigma_{\mathrm{el}}\sim\ln(s/s_0)$, что подтверждается на эксперименте. В-третьих, среднеквадратичное значение прицельного параметра $\langle b^2\rangle\sim\ln(s/s_0)$, что подтверждает эффект геометрического скейлинга.

Как было показано [Soldatenko et al., 2008] представление амплитуды через профильную функцию на группе SO(2.1) позволяет решить уравнение унитарности S-матрицы

$$i\left(A(p,q)-A(q,p)\right)=p^2\lambda(p)\times$$
$$\times\sum_{\epsilon=\pm1}\int d\Omega_{\vec k}\bar A\left(\vec k_\perp,\vec q\right)A\left(\vec p,\vec k_\perp\right)+G_{\mathrm{inel}}\left(\vec q_\perp,\vec p\right)$$

и получить локальное по μ выражение для неупругой функции перекрытия – вклада многочастичных промежуточных состояний в процесс упругого рассеяния. Здесь мы привели результат для рассеяния в переднюю полусферу.

$$G_{\mathrm{inel}}^{(+)}(\mu)=\operatorname{Im}u^{(+)}(\mu)-\pi q\sum_{\epsilon}\left|u^{(\epsilon)}(\mu)\right|^2.$$

Функция перекрытия является неупругой функцией распределения и позволяет вычислять средние значения различных характеристик неупругих процессов.

$$\langle y\rangle = \int y(\mu)\, G_{\text{inel}}^{(+)}(\mu)\, d\Omega_{\mu}.$$

Приведем приближенное выражение для неупругой функции перекрытия для дипольного померона, точные значения коэффициентов в виде громоздкости не приводятся.

$$G_{\text{inel}}^{(+)}(\mu) = \frac{N}{3}\times$$
$$\times\left(A\left|\Gamma\left(1+\frac{i\mu}{2}\right)\right|^2 + \frac{4B}{5}\left|\Gamma\left(\frac{3}{2}+\frac{i\mu}{2}\right)\right|^2 \right) -$$
$$-\frac{\pi q N^2}{9}\left(\left|\Gamma\left(1+\frac{i\mu}{2}\right)\right|^4 \left(A^2+C^2\right) + \right.$$
$$+\frac{8}{5}(AB+CD)\left|\Gamma\left(1+\frac{i\mu}{2}\right)\right|^2 \left|\Gamma\left(\frac{3}{2}+\frac{i\mu}{2}\right)\right|^2 +$$
$$\left. +\frac{16}{25}\left(B^2+D^2\right)\left|\Gamma\left(\frac{3}{2}+\frac{i\mu}{2}\right)\right|^4 \right).$$

Используя полученную функцию перекрытия, можно вычислить среднюю множественность рождения вторичных частиц в геометрической картине рождения.

$$\langle n(s)\rangle = \frac{\int G_{\text{inel}}^{(+)}(\mu)\, n(\mu, s)\, d\Omega_{\mu}}{\int G_{\text{inel}}^{(+)}(\mu)\, d\Omega_{\mu}}.$$

Здесь требуются реалистичная модель для среднего числа частиц, родившихся с заданным значением параметра вылета $n(\mu, s)$. Построение такой модели является целью дальнейших исследований.

Работа выполнялась при финансовой поддержке ФЦП Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009 - 2013 гг., Соглашение № 14.B37.21.0910, а также при поддержке Иркутского государственного университета, индивидуальный исследовательский грант № 2012-02-01.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Валл А.Н., Макеев Н.А. Группа прицельного параметра и ее реализация // Ядерная физика. 1978. Т. 27. Вып. 2. С. 558–564.

Lipatov L.N. The bare pomeron in quantum chormodynamics // Sov. Phys. JETP. 1986. V. 63, N. 5. P. 904–912.

Jenkovszky A., Lengyel D., Lontkovskyi. The Pomeron and Odderon in elastic, inelastic and total cross sections at the LHC // arXiv:1105.1202v2 [hep-ph]. 2011. 16 p.

Soldatenko O.N., Vall A.N., Vladimirov A.A. Unitarization of elastic amplitude on the SO(2.1) group // Eur. Phys. J. 2008. V. 38. P. 71–76.

Иркутский государственный университет, Иркутск, Россия