

ГЕНЕРАЦИЯ ДРЕЙФОВО-КОМПРЕССИОННЫХ ВОЛН ИНВЕРСНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЧАСТИЦ ПО ЭНЕРГИИ В МАГНИТОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Д.В. Костарев, Д.Ю. Климушкин, П.Н. Магер

DRIFT-COMPRESSSIONAL MODES GENERATED BY INVERTED PLASMA DISTRIBUTIONS IN THE MAGNETOSPHERE

D.V. Kostarev, D.Y. Klimushkin, P.N. Mager

В данной работе была изучена продольная структура дрейфово-компрессионных мод и соответствующая неустойчивость плазмы в рамках гирокинетики в аксиально-симметричной модели магнитосферы с изотропной плазмой. Предполагается, что плазма состоит в основном из холодных частиц с примесью горячих протонов, которые описываются инверсным распределением. Компрессионный резонанс в такой плазме возникает, когда частота волны равна собственной частоте дрейфово-компрессионной моды. При таком резонансе волна узко локализована вдоль магнитного поля в окрестности экватора. Неустойчивость возникает, когда скорость диамагнитного дрейфа, обусловленная радиальным градиентом температуры, меньше, чем скорость магнитного дрейфа, или противоположна по направлению. Кроме того, чем более узкое инверсное распределение, тем больше инкремент неустойчивости и меньшая величина β (отношение плазменного давления к магнитному) необходима для возникновения неустойчивости.

In this work we have studied field-aligned structure of the drift-compresssional modes and the corresponding plasma instability in a gyrokinetic framework in the axisymmetric model of the magnetosphere with isotropic plasma. The plasma is assumed to be composition of core cold particles and an admixture of hot protons, with the distribution of hot protons is inverted. In such plasma there is a compresssional resonance when the wave frequency is equal to an eigenfrequency of the drift-compresssional mode. In this resonance the wave is narrowly localized along the field line at the equator. The plasma instability occurs when the temperature diamagnetic drift velocity is less than the magnetic drift velocity or opposite in direction. Moreover, the narrower the inverted distribution, the higher the instability growth rate and the smaller the value of β (the plasma to magnetic pressure ratio) required for the instability to occur.

Введение

Компрессионные колебания Pc5 в магнитосфере могут быть отождествлены с наиболее общими компрессионными модами в кинетике – дрейфово-компрессионными модами. Для существования этих мод достаточно неоднородности плазмы поперек магнитных оболочек и конечного давления плазмы. Довольно хорошо изучены эти волны в плазме с распределением Максвелла. В этом случае частота волн совпадает по порядку величины с частотой диамагнитного дрейфа, которая пропорциональна радиальным градиентам плотности и температуры плазмы. Неустойчивость при этом возможна только в радиально-неоднородной плазме и в случае роста температуры с удалением от Земли [Crabtree et al., 2003; Crabtree, Chen, 2004; Костарев и др., 2011].

Важное ограничение предыдущих исследований дрейфово-компрессионных волн заключалось в предположении, что частицы горячей плазмы распределены согласно распределению Максвелла, в то время как эти волны наблюдаются при инверсном распределении частиц по энергии (в зарубежной литературе «bump-on-tail»). Хорошо изучена генерация таким распределением альфвеновских волн [Chen, Hasegawa, 1991].

Настоящая статья связана с изучением условий неустойчивости и структуры дрейфово-компрессионных мод в плазме с инверсным распределением частиц в гирокинетическом приближении, разработанном [Chen, Hasegawa, 1991]. Также учитываются неоднородность плазмы как вдоль магнитного поля, так и поперек магнитных оболочек и конечная кривизна линий поля.

Модель среды и основные уравнения

В данной работе в рамках кинетики в линейном

приближении рассмотрена продольная структура дрейфовых компрессионных УНЧ-волн в изотропной (тепловые скорости частиц вдоль и поперек магнитного поля равны) бесстолкновительной модели плазмы с немаксвелловским распределением частиц по энергиям.

Мы будем пользоваться аксиально-симметричной моделью магнитосферы. Будем считать, что плазма состоит в основном из холодных частиц с небольшой примесью горячих протонов, причем распределение горячих протонов – инверсное и моделируется следующей функцией:

$$F = \frac{n_h}{4\sqrt{2\pi}\Gamma(S+3/2)\epsilon_0} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^S e^{-\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}.$$

Здесь n_h – концентрация горячих частиц, $\epsilon=v^2/2$ – энергия частиц, нормированная на массу, v – скорость частиц, S – положительное целое число и ϵ_0 – некоторая характеристика энергии. Заметим, что при $S=0$ функция распределения F становится распределением Максвелла. Для $S>0$ это распределение имеет среднюю энергию частиц, представляемую выражением $\epsilon=(S+3/2)\epsilon_0$, а максимальная энергия $\epsilon_{\max}=S\epsilon_0$. В некоторых энергетических диапазонах эта функция распределения имеет положительный наклон и, следовательно, называется инверсной, или bump-on-tail-функцией распределения. Например, инверсное распределение из [Hughes et al., 1978] может быть описано суперпозицией двух распределений Максвелла ($S=0$), одно из которых имеет параметры $\epsilon_0=10$ эВ, $\beta=10^{-4}$, а второе $\epsilon_0=100$ эВ, $\beta=10^{-4}$, и одного инверсного распределения ($S=1$) с параметрами $\epsilon_0=10$ кэВ, $\beta=0.1$ (рис. 1).

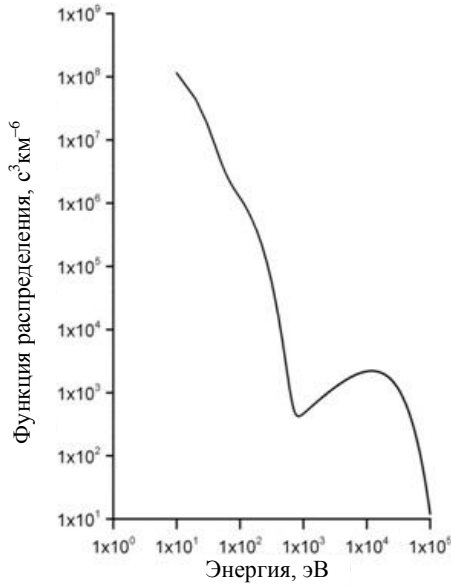


Рис. 1. Смоделированное распределение частиц по энергии.

Исходя из закона Ампера в пренебрежении током смещения и считая возмущение магнитного поля много меньше невозмущенного магнитного поля, мы пришли к следующему выражению для продольной составляющей магнитного поля (поперечную составляющую мы не рассматриваем, а ее влияние на продольную считаем несущественным) [Chen, Hasegawa, 1991]:

$$B_{\parallel} = 16\pi^2 mB \times \int_0^{\infty} d\varepsilon \int_0^{s/B} d\mu \left(\frac{\mu^2}{|\nu_{\parallel}|} \frac{\omega \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} + \left(\frac{mc}{qB} \vec{k} \times \vec{e}_{\parallel} \right) \nabla F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \frac{\omega_b}{\pi} \int_{-\nu_0}^{\nu_0} \frac{1}{\nu_{\parallel}} B_{\parallel}(l') dl' \right), \quad (1)$$

где $\varepsilon = v^2/2$, ν – тепловая скорость частиц; μ – магнитный момент; F – функция распределения по скоростям; q и m – заряд и масса частицы; B – геомагнитное поле; \vec{k} – волновой вектор; l – длина вдоль силовой линии; c – скорость света; ω – собственная частота волны; $\bar{\omega}_d$ – средняя по баунс-периоду дрейфовая частота, ω_b – баунс-частота.

Как видно из уравнения (1), резонанс возможен, если $\omega - \bar{\omega}_d = 0$ или $\omega/k_y = v_d$, где v_d – скорость дрейфа, а ω/k_y – азимутальная фазовая скорость волны. Таким образом, неустойчивость возможна только при условии, что азимутальная фазовая скорость совпадает по направлению со скоростью дрейфа.

Решение

После интегрирования по пространству скоростей выражения (1) получим однородное интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода для продольного магнитного поля волны:

$$B_{\parallel}(l) = \Lambda(\omega) \int_0^{\infty} K(l, l') B_{\parallel}(l') dl',$$

ядро которого

$$K(l, l') = -\frac{3}{4} \left(B^{-\frac{2}{3}} B'^{-\frac{1}{2}} + B^{-\frac{1}{2}} B'^{-\frac{3}{2}} \right) + \left(\frac{3}{8B^2} + \frac{3}{8B'^2} + \frac{1}{4BB'} \right) \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{B'}{B}}}{1 - \sqrt{\frac{B'}{B}}} \right|,$$

$$\Lambda(\omega) = m \frac{1}{\Gamma\left(S + \frac{5}{2}\right)} \frac{\beta \Omega_b}{2\pi} \varepsilon_0^{-1/2} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\left[a^2 - S - \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} - \frac{\omega_s^*}{\Omega_d} \left(a^2 - S - \frac{3}{2} \right) \right] \times \right.$$

$$\times \left[a^2 \sigma_{s+1} + a^{2s+s} Z(a) \right] + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(S + \frac{5}{2}\right) \times$$

$$\times \left[a^2 - \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} - \frac{\omega_s^*}{\Omega_d} (1 + a^2) \right],$$

где

$$\omega_n^* = \frac{k_2 \varepsilon_0}{\Omega \sqrt{g_{\perp}}} \frac{n'}{n};$$

$$\omega_s^* = \frac{k_2 \varepsilon_0}{\Omega \sqrt{g_{\perp}}} \frac{\varepsilon'_0}{\varepsilon_0};$$

$$\sigma_{s+1} = \sum_{m=0}^{s+1} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) a^{2(s+1-m)};$$

$a^2 = \omega/\Omega_d$; $Z(a)$ – плазменно-дисперсионная функция; n' и ε'_0 – производные по радиальной координате от n и ε_0 соответственно; Ω_d , Ω_b – функции частот дрейфа и баунс-частоты соответственно.

Таким образом, мы получили однородное интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода. Решив уравнение численно, мы нашли собственные значения $B_{\parallel}(l)$ и собственные значения $\Lambda_i(\omega)$, где i – номер гармоники. Собственные значения, соответствующие собственным функциям: $\Lambda_1=0.662$, $\Lambda_2=2.15$ $\Lambda_3=3.87$. На графике (рис. 2) показаны первые три гармоники. Первая гармоника обозначена красным цветом, вторая – синим, третья – зеленым.

Таким образом, у нас получились выражение

$$C \Lambda_i = f(a),$$

$$\text{где } C^{-1} = \frac{3}{4} \frac{1}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0}} \beta \frac{\Omega_b}{\Gamma\left(S + \frac{5}{2}\right)}$$

и дисперсионная функция

$$f(a) = \left[a^2 - S - \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} - \frac{\omega_s^*}{\Omega_d} \left(a^2 - S - \frac{3}{2} \right) \right] \times$$

$$\times \left[a^2 \sigma_{s+1} + a^{2s+s} Z(a) \right] + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(S + \frac{5}{2}\right) \times \quad (2)$$

$$\times \left[a^2 - \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} - \frac{\omega_s^*}{\Omega_d} (1 + a^2) \right].$$

Далее мы получили зависимости от $\omega_0 = \text{Re}\omega$ и $\gamma = \text{Im}\omega$ дисперсионной функции $f(a)$ при различных

значениях параметров S , ω_s^* / Ω_{ci} и ω_n^* / Ω_{ci} . Вычисляя функцию в диапазоне от 0 до 2 для реальной части и от -2 до 2 для мнимой, мы получили графики изолиний функции (2). Так как собственные частоты ω , являются решениями уравнения $f(\omega) = C\Lambda_i$, а C и Λ_i – величины действительные и положительные, то на графиках (рис. 3–10) собственным частотам

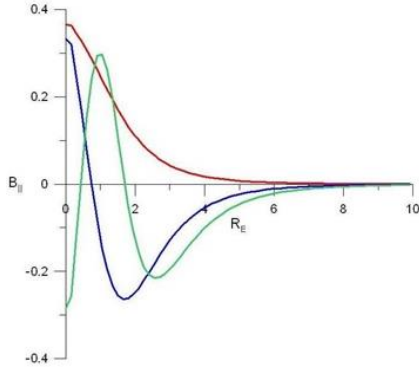


Рис. 2. Продольная структура магнитного поля волны.

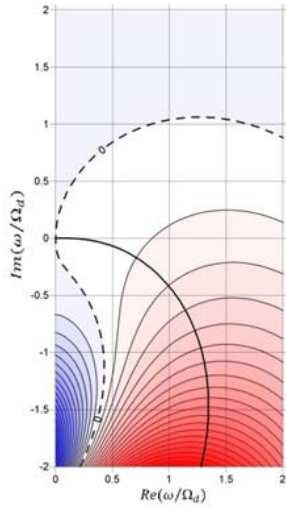


Рис. 3. Распределение Максвелла без градиентов температуры и концентрации ($S=0$, $\omega_s^* / \Omega_{ci} = 0$, $\omega_n^* / \Omega_{ci} = 0$).

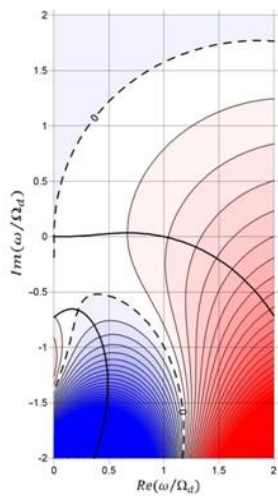


Рис. 4. Инверсное распределение без градиентов температуры и концентрации ($S=1$, $\omega_s^* / \Omega_{ci} = 0$, $\omega_n^* / \Omega_{ci} = 0$).

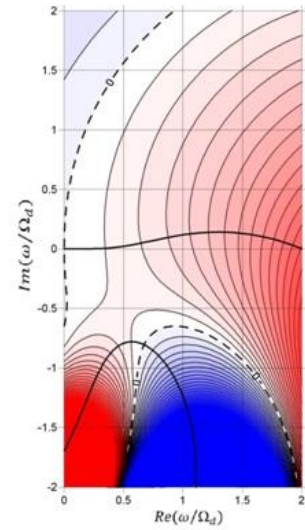


Рис. 5. $S=2$, $\omega_s^* / \Omega_{ci} = 0$, $\omega_n^* / \Omega_{ci} = 0$.

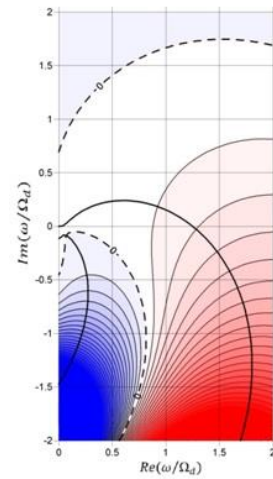


Рис. 6. Распределение Максвелла с отрицательным градиентом температуры и положительным градиентом концентрации, т. е. температура плазмы увеличивается с удалением от Земли, а концентрация падает ($S=0$, $\omega_s^* / \Omega_{ci} = -1$, $\omega_n^* / \Omega_{ci} = 1$).

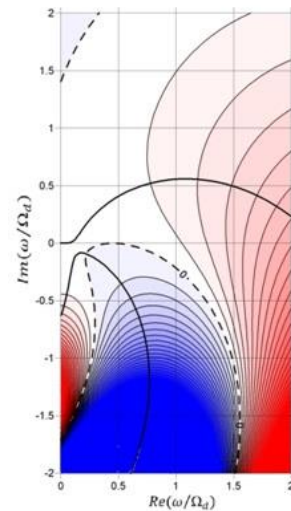


Рис. 7. $S=1$, $\omega_s^* / \Omega_{ci} = -1$, $\omega_n^* / \Omega_{ci} = 1$.

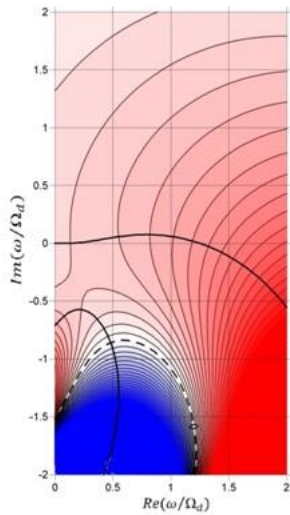


Рис. 8. Инверсное распределение с отрицательными градиентами температуры и концентрации ($S=1$, $\omega_s^*/\Omega_d = -1$, $\omega_n^*/\Omega_d = 1$).

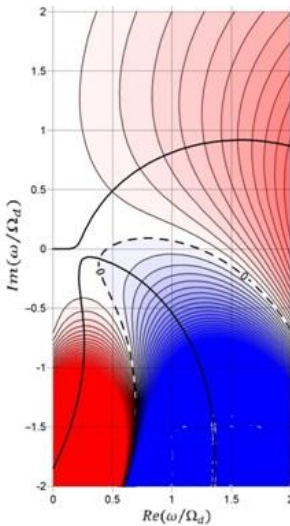


Рис. 9. $S=2$, $\omega_s^*/\Omega_d = -1$, $\omega_n^*/\Omega_d = 1$.

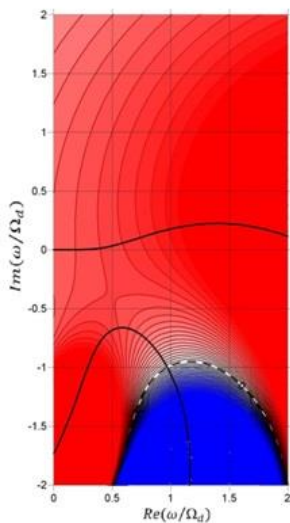


Рис. 10. $S=2$, $\omega_s^*/\Omega_d = -1$, $\omega_n^*/\Omega_d = -1$.

будет соответствовать изолиния $\text{Im}f(\omega)=0$ в области положительных значений $\text{Re}f(\omega)$, что показано градиентом красного цвета. Чем более насыщенный красный – тем больше действительная часть функции, синий относится к отрицательным значениям $\text{Re}f(\omega)$. Изолинии идут с изменением $S\Lambda_i$ на 1.

Как видно из графиков (рис. 4, 5), неустойчивость возможна даже при отсутствии радиальных градиентов температуры и концентрации ($\omega_s^*/\Omega_d = 0$ и $\omega_n^*/\Omega_d = 0$) и растет вместе с параметром S . В случае $S=0$ (рис. 3), т. е. когда мы имеем дело с распределением Максвелла, неустойчивости не возникает. Таким образом, для инверсного распределения чем уже диапазон по энергии и чем больше в нем частиц, тем сильнее раскачивается волна. Если в выражение $\omega_0 < S\Omega_d$ подставить $S\Omega_d(\epsilon_0) = k_2 v_d(\epsilon_{\max})$, где $v_d(\epsilon_{\max})$ – дрейфовая скорость частиц с энергией ϵ_{\max} , соответствующей максимуму функции распределения, то получим условие $\omega_0/k_2 < v_d(\epsilon_{\max})$, т. е. неустойчивость возникает только в случае, когда фазовая скорость волны меньше скорости частиц с энергией ϵ_{\max} .

Для распределения Максвелла (рис. 3) неустойчивость возникает при росте температуры с удалением от Земли ($\omega_s^*/\Omega_d < 0$) и только для волн, азимутальная фазовая скорость которых совпадает с направлением дрейфа протонов.

Для инверсного распределения (рис. 7–10) неустойчивость усиливается положительным градиентом температуры ($\omega_s^*/\Omega_d < 0$) и отрицательным градиентом концентрации ($\omega_n^*/\Omega_d > 0$). Таким образом, волна раскачивается больше всего в случае, когда температура растет с удалением от Земли, а концентрация падает.

Заключение

Итак, мы показали, что дрейфовые компрессионные УНЧ-волны локализованы вблизи геомагнитного экватора с характерным масштабом локализации, равным радиусу Земли. Неустойчивость на дрейфово-компрессионных волнах может возникать только из-за инверсности распределения частиц плазмы, т. е. в отсутствие градиентов концентрации и температуры. При этом фазовая скорость волны должна совпадать с направлением дрейфа частиц в неоднородном магнитном поле и быть меньше скорости дрейфа частиц с энергией, соответствующей максимуму функции распределения. Положительный градиент температуры (температура плазмы увеличивается с удалением от Земли) способствует усилению неустойчивости. При этом наибольшие значения инкремента возникают, когда градиенты температуры и концентрации противоположны.

Результаты работы в целом согласуются с данными наблюдений компрессионных волн Pc5. Так, в работе [Меликян и др., 2013] было показано по данным спутников THEMIS, что наблюдаемые волны этого типа как раз распространяются в плазме с инверсным распределением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Костарев Д.В., Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Продольная структура и собственные частоты дрейфово-компрессионных волн в магнитосфере // Труды XII Кон-

ференции молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом». БШФФ-2011 / ИСЗФ СО РАН. Иркутск, 2011. С. 196–198.

Меликян К.А., Пилипенко В.А., Козырева О.В. Пространственная структура Pc5-волн во внешней магнитосфере по наблюдениям на спутниках Themis // Космические исследования. 2013. Т. 51, № 3. С. 179–190.

Crabtree C., Chen L. Finite gyroradius theory of drift compressional modes // Geophys. Res. Lett. 2004. V. 31. P. L17804. doi:10.1029/2004GL020660.

Crabtree C., Horton W., Wong H.V., van Dam J.W. Bounce-averaged stability of compressional modes in geotail flux tubes // J. Geophys. Res. 2003. V. 108. P. 1084. doi:10.1029/2002JA009555.

Chen L., Hasegawa A. Kinetic theory of geomagnetic pulsations. 1. Internal excitations by energetic particles // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 1503–1512.

Hughes W.J., Southwood D.J., Mauk B., et al. Alfvén waves generated by an inverted plasma energy distribution // Nature Res. 1978. V. 275. P. 43–45.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия