

УДК 537.87, 621.371

ФАЗОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ РАДИОВОЛН ПРИ ПОЛНОМ ОТРАЖЕНИИ ОТ СЛОЯ ПЛАЗМЫ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

¹В.П. Марков, ¹Н.Т. Афанасьев, ^{2,3}А.Н. Афанасьев, ²О.А. Ларюнин

PHASE FLUCTUATIONS OF RADIO WAVES EXPERIENCING TOTAL REFLECTION FROM A PLASMA LAYER WITH RANDOM INHOMOGENEITIES

¹V.P. Markov, ¹N.T. Afanasyev, ^{2,3}A.N. Afanasyev, ²O.A. Laryunin

Исследуется малоугловое рассеяние радиоволн при полном внутреннем отражении от случайно-неоднородного слоя плазмы. Рассмотрен случай нормального падения волн на плазменный слой. Для учета особенности рассеяния волны в окрестности точки отражения введено аналитическое преобразование решения уравнения эйконала, полученного в приближении метода возмущений. Это преобразование позволяет рассчитать флуктуации фазы радиоволны для случая произвольного монотонного профиля регулярной диэлектрической проницаемости плазмы. На основе аналитического преобразования решения уравнения эйконала в работе получены приближенные формулы для дисперсии и двумерного пространственного спектра фазовых флуктуаций в зависимости от трехмерного пространственного спектра плазменных неоднородностей. Определены условия применимости полученных формул для расчета статистических моментов фазы.

We examine the problem of small-angle scattering of radio waves experiencing total reflection from a randomly inhomogeneous layer of plasma. We consider the waves to be normally incident on the layer. To take into account the scattering peculiarities in the neighborhood of the reflection point, we introduce an analytical transformation for the eikonal equation solution derived by the perturbation method. This transformation permits calculations of radio-wave phase fluctuations for any monotonous profile of the regular dielectric permittivity of the plasma in the layer. Using this approach, we have derived analytical formulas for the variance and two-dimensional spatial spectrum of phase fluctuations, depending on the three-dimensional power spectrum of plasma fluctuations. We have also determined the limits of applicability of the derived formulas.

Введение

Среди проблем, связанных с распространением волновых полей в случайно-неоднородных средах, важное место занимает проблема рассеяния волн на углы, близкие к основному направлению распространения. Вопросы малоуглового рассеяния волн в средах без отражений изучены достаточно подробно (см. например [Гершман и др., 1984; Coles et al., 1987] и цитированную там литературу). Вместе с тем проблема малоуглового рассеяния волн в условиях отражения изучена в меньшей степени [Денисов, Ерухимов, 1966; Фукс, 1974; Гусев, Раджабов, 1983; Алимов и др., 1997], хотя существует ряд физических приложений, для которых отражение волн в случайно-неоднородной среде имеет принципиальное значение. В частности, такая проблема возникает при рассеянии радиоволн в плазме солнечной короны, содержащей крупномасштабные отражающие неоднородности диэлектрической проницаемости [Ефимов, 2002; Afanasyev, 2009, 2010]. В этих условиях на характеристиках рассеяния могут сказываться эффекты регулярной рефракции.

В настоящей работе показана возможность расчета статистических моментов фазы радиоволны при полном внутреннем отражении от случайно-неоднородного слоя плазмы с произвольным монотонным регулярным профилем диэлектрической проницаемости.

Основные соотношения и обсуждение результатов

В задачах малоуглового рассеяния радиоволн в средах с отражением для расчета флуктуаций фазы обычно используют выражение, полученное в первом приближении метода возмущений [Денисов, Ерухимов, 1966; Гусев, Раджабов, 1983]:

$$\tilde{\Phi}_1 = k \int_0^{z_0} \frac{\tilde{\epsilon}_1}{\sqrt{\epsilon_0}} dz, \tag{1}$$

где уровень $z=0$ соответствует нижней границе слоя, $\epsilon_0(z)$ – диэлектрическая проницаемость регулярной составляющей плазмы, $\tilde{\epsilon}_1(x, y, z)$ – случайная добавка, характеризующая неоднородности, z_0 – высота точки отражения в регулярной среде, k – волновое число. При этом предполагается выполненным условие $\tilde{\epsilon}_1(x, y, z) \ll \epsilon_0(z)$. В представлении (1) не учитываются флуктуации точки отражения, а интегрирование ведется по траектории в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_0(z)$. Следует заметить, что использование формулы (1) для расчета статистических моментов фазы в условиях полного внутреннего отражения, строго говоря, находится за границами ее применимости, поскольку в окрестности точки отражения (когда $\epsilon_0(z_0)=0$) нарушается условие малости случайной добавки $\tilde{\epsilon}_1(x, y, z)$. Более того, при $\epsilon_0(z_0)=0$ в подынтегральной функции в формуле (1) появляется особенность на верхнем пределе. Тем не менее если эта особенность интегрируема, то представление (1) позволяет проводить оценки объемного рассеяния радиоволны вблизи невозмущенной точки отражения. В работах [Денисов, Ерухимов, 1966; Гусев, Раджабов, 1983] на основе формулы (1) был выполнен анализ дисперсии фазы радиоволны при отражении от линейного слоя плазмы. Простые аналитические преобразования выражения (1) позволяют рассчитать статистические моменты фазы отраженной радиоволны и при нелинейной зависимости $\epsilon_0(z)$. Внесем в формуле (1) знаменатель под знак дифференциала и полученное выражение проинтегрируем по частям:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_1 = & -2k \frac{\tilde{\epsilon}_1(0)}{\partial \epsilon_0(0)/\partial z} - \\ & -2k \int_0^{z_0} \sqrt{\epsilon_0} \left(\frac{\partial \tilde{\epsilon}_1/\partial z}{\partial \epsilon_0/\partial z} - \frac{\tilde{\epsilon}_1 \cdot \partial^2 \epsilon_0/\partial z^2}{(\partial \epsilon_0/\partial z)^2} \right) dz. \end{aligned} \quad (2)$$

В отличие от (1), выражение (2) уже не содержит особенности в точке отражения для монотонных регулярных профилей диэлектрической проницаемости. С помощью (2) можно получить приближенную аналитическую оценку дисперсии фазы радиоволны при отражении от случайно-неоднородного слоя плазмы с нелинейной зависимостью диэлектрической проницаемости $\epsilon_0(z)$, если предположить [Афанасьев и др., 2009], что в окрестности точки отражения радиоволны профиль $\epsilon_0(z)$ мало отличается от линейной функции. В этом случае для дисперсии фазы имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{\Phi}^2 = & -\sqrt{\pi} k^2 \langle \tilde{\epsilon}_1^2 \rangle l_H \left(\frac{\partial \epsilon_0(z_0)}{\partial z} \right)^{-1} \times \\ & \times \left[\ln \left(-\frac{8}{l_H} \left(\frac{\partial \epsilon_0(z_0)}{\partial z} \right)^{-1} \right) + \frac{C}{2} \right] + \\ & + 4k^2 \sqrt{\pi} l_H \langle \tilde{\epsilon}_1^2 \rangle \int_0^{z_0} \epsilon_0(z) \left(\frac{\partial^2 \epsilon_0}{\partial z^2} \right)^2 \left(\frac{\partial \epsilon_0}{\partial z} \right)^{-4} dz, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\langle \tilde{\epsilon}_1^2 \rangle$ – средняя интенсивность флуктуаций диэлектрической проницаемости, C – постоянная Эйлера, l_H – продольный (вдоль направления распространения радиоволны) внешний масштаб турбулентности, определяемый через функцию корреляции неоднородностей K следующим образом [Алимов и др., 1997]:

$$l_H = \frac{1}{\langle \tilde{\epsilon}_1^2 \rangle} \int_0^{\infty} K(0, 0, \eta_z) d\eta_z, \quad (4)$$

здесь функция K связана со спектром неоднородностей через фурье-преобразование.

Как видно из формулы (3), при малом изменении вертикального градиента регулярной диэлектрической проницаемости основной вклад в дисперсию фазы дает логарифмическое слагаемое, связанное с рассеянием радиоволны в окрестности точки отражения. Между тем учет реальной формы профиля ниже уровня отражения (интегральный член формулы (3)) может привести к заметному влиянию на флуктуации фазы рассеяния на неоднородностях, сосредоточенных во всей толще плазменного слоя [Афанасьев и др., 2009]. На основе (2) нетрудно получить выражение для двумерного пространственного спектра фазы отраженной радиоволны в зависимости от пространственного трехмерного спектра турбулентности. Определим неоднородности таким образом, чтобы $\tilde{\epsilon}_1(0) = 0$. Тогда (2) упростится:

$$\tilde{\Phi}_1 = -2k \int_0^{z_0} \sqrt{\epsilon_0} \left(\frac{\partial \tilde{\epsilon}_1/\partial z}{\partial \epsilon_0/\partial z} - \frac{\tilde{\epsilon}_1 \partial^2 \epsilon_0/\partial z^2}{(\partial \epsilon_0/\partial z)^2} \right) dz. \quad (5)$$

Используя (5), для пространственной функции корреляции флуктуаций фазы волны на выходе из слоя имеем

$$\begin{aligned} \Gamma_{\Phi}(r_1, r_2) = & 4k^2 \left\langle \int_0^{z_0} \int_0^{z_0} \sqrt{\epsilon_0(z_1)} \sqrt{\epsilon_0(z_2)} \times \right. \\ & \times \left(\frac{\partial \tilde{\epsilon}_1(x_1, y_1, z_1)/\partial z_1}{\partial \epsilon_0(z_1)/\partial z_1} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{\tilde{\epsilon}_1(x_1, y_1, z_1) \partial^2 \epsilon_0(z_1)/\partial z_1^2}{(\partial \epsilon_0(z_1)/\partial z_1)^2} \right) \times \right. \\ & \times \left(\frac{\partial \tilde{\epsilon}_1(x_2, y_2, z_2)/\partial z_2}{\partial \epsilon_0(z_2)/\partial z_2} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{\tilde{\epsilon}_1(x_2, y_2, z_2) \partial^2 \epsilon_0(z_2)/\partial z_2^2}{(\partial \epsilon_0(z_2)/\partial z_2)^2} \right) dz_1 dz_2 \right\rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

Переходя в (6) к суммарно-разностным переменным и выполняя обратное фурье-преобразование, для двумерного пространственного спектра фазовых флуктуаций радиоволн на выходе из слоя получаем

$$\begin{aligned} W_{\Phi}(\kappa_x, \kappa_y) = & 2k^2/\pi^2 \int_0^{z_0} d\eta_z \int_{-\infty}^{+\infty} S(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z) \times \\ & \times \exp(i\kappa_z \eta_z) d\kappa_z \int_{\eta_z/2}^{z_0-\eta_z/2} \frac{(\partial^2 \epsilon_0/\partial z^2)^2}{(\partial \epsilon_0/\partial z)^4} dz + \\ & + 2k^2/\pi^2 \int_0^{z_0} d\eta_z \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa_z^2 S(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z) \exp(i\kappa_z \eta_z) d\kappa_z \times \\ & \times \int_{\eta_z/2}^{z_0-\eta_z/2} \frac{\sqrt{\epsilon_0^2(z) - (\partial \epsilon_0/\partial z)^2} \eta_z^2/4}{(\partial \epsilon_0/\partial z)^2} dz, \end{aligned} \quad (7)$$

где $S(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$ – пространственный спектр турбулентности плазмы.

Подставляя в формулу (7) различные модели спектров неоднородностей, можно рассчитать спектр фазовых флуктуаций радиоволн при полном внутреннем отражении от слоя плазмы с произвольным монотонным профилем регулярной диэлектрической проницаемости. Поскольку выражение (1) получено в первом приближении метода возмущений, то его целесообразно использовать для расчета флуктуаций фазы в условиях малых флуктуаций точки отражения. Оценка этих условий показала [Афанасьев et al., 2010], что флуктуациями точки отражения радиоволны можно пренебречь, если градиенты случайной компоненты диэлектрической проницаемости не превышают среднего градиента, обеспечивающего регулярную рефракцию радиоволны в слое. Сделанная оценка находится в соответствии с результатами работы [Фукс, 1974].

Выводы

Рассмотрена задача малоуглового рассеяния радиоволн при отражении от слоя плазмы со случай-

ными неоднородностями диэлектрической проницаемости. На основе модифицированного представления для флуктуаций эйконала получены аналитические выражения для статистических моментов фазы, удобные для численного расчета, поскольку они не содержат особенностей в точке отражения. С помощью этих выражений можно проводить исследования флуктуаций фазы для широкого класса спектров случайных неоднородностей и монотонных профилей регулярной диэлектрической проницаемости плазмы. Численное моделирование моментов фазы на основе модифицированного представления для флуктуаций эйконала может быть использовано при решении задач диагностики турбулентных неоднородностей околоземной и космической плазмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алимов В.А., Рахлин А.В., Выборнов Ф.И. Модель взаимодействия ДКМВ-ДМВ-радиоволн с сильно неоднородной среднеширотной ионосферой // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 11. С. 1323–1341.
- Афанасьев Н.Т., Ларюнин О.А., Марков В.П. Флуктуации фазы радиоволны при полном внутреннем отражении от случайно-неоднородной ионосферы // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52, № 10. С. 779–784.
- Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984. 392 с.
- Гусев В.Д., Раджабов Т.С. Дисперсия флуктуации фазы радиосигнала при нормальном зондировании ионосферы // Геомагнетизм и аэронавигация. 1983. Т. 23, № 5. С. 856–857.
- Денисов Н.Г., Ерухимов Л.М. Статистические свойства фазовых флуктуаций при полном отражении от ионосферного слоя // Геомагнетизм и аэронавигация. 1966. Т. 6, № 4. С. 695–702.
- Ефимов А.И., Рудащ В.К. Исследования плазменных образований сверхкороны Солнца методом радиозондирования // Успехи современной радиоэлектроники. Зарубежная радиоэлектроника. 2002. № 9. С. 28–30.
- Фукс И.М. Флуктуации фазы при полном внутреннем отражении от слоисто-неоднородной среды // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 1. С. 84–93.
- Afanasiev A.N. Fibre structure of decametric type II radio bursts as a manifestation of emission propagation effects in a disturbed near-solar plasma // Ann. Geophys. 2009. V. 27, N 10. P. 3933–3940.
- Afanasiev A.N. An investigation of the role of propagation effects in the formation of drifting narrowband type II fiber bursts on the dynamic spectrum // Solar Phys. 2010. V. 261. P. 295–309.
- Afanasiev N.T., Afanasiev A.N., Larunin O.A., Markov V.P. Phase fluctuations of radio waves experiencing total reflection from a randomly inhomogeneous plasma layer // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2010. V. 72, Iss. 7–8. P. 583–587.
- Coles W.A., Frehlich R.G., Rickett B.J., Codona J.L. Refractive scintillation in the interstellar medium // Astrophys. J. 1987. V. 315. P. 666–674.

¹Иркутский государственный университет, Иркутск

²Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск

³Университет Хельсинки, Финляндия