УДК 533.951

ВОЗБУЖДЕНИЕ МАГНИТОСФЕРНОГО МГД-РЕЗОНАТОРА НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ КЕЛЬВИНА–ГЕЛЬМГОЛЬЦА НА МАГНИТОПАУЗЕ

В.А. Мазур, Д.А. Чуйко

EXCITATION OF MAGNETOSPHERIC MHD-RESONATOR BY THE MEANS OF KELVIN–HELMHOLTZ INSTABILITY ON THE MAGNETOPAUSE

V.A. Mazur, D.A. Chuiko

В рамках одномерно-неоднородной модели магнитосферы и прилегающей к ней области солнечного ветра аналитически исследована неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Показано, что наличие в магнитосфере МГД-резонатора (обусловленное ее неоднородностью и скачком параметров среды на магнитопаузе) решающим образом сказывается на свойствах неустойчивости. Колебания системы образуют дискретный набор собственных мод. Получены аналитические выражения для частоты и инкремента неустойчивости каждой моды и для функций, описывающих ее пространственную

структуру. Все эти величины как от параметра зависят от $\omega_{\rm W} = \vec{k}_t \vec{V}_{\rm W}$ – доплеровского сдвига частоты. Каждая мода имеет по параметру $\omega_{\rm W}$ нижний порог неустойчивости и острый максимум инкремента на собственной частоте магнитосферного резонатора. Рассмотрены три случая: однородный ветер, ветер, в котором скорость звука при удалении от магнитопаузы растет, и ветер, в котором она падает.

Kelvin–Helmholtz instability is analytically investigated in the frames of model of one-dimensionally inhomogeneous magnetosphere and adjacent area of solar wind. Presence of magnetospheric MHD-resonator (formed by inhomogeneity of magnetosphere and the jump of plasma parameters on the magnetopause) is shown to have large effect on the instability properties. The system is shown to have discrete set of eigenmodes. Analytic expressions for frequency and increment of each mode are ob-

tained, as are functions that determine spatial structure of the modes. All these values depend on parameter $\omega_W = \vec{k_t} \vec{V_W}$ – the Doppler shift. Each mode has lower instability threshold depending on parameter ω_W and a sharp peak of the increment on the eigenfrequency of the magnetospheric resonator. Three cases are considered – uniform solar wind, solar wind with sound speed increasing with distance from the magnetopause, and solar wind with decreasing sound speed.

Введение

Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца на земной магнитопаузе рассматривается в физике магнитосферы как причина возбуждения МГД-колебаний в магнитосфере и как механизм проникновения в нее импульса и энергии солнечного ветра. Для первоначального теоретического анализа этой неустойчивости в большинстве работ использовалась простейшая модель тангенциального разрыва, разделяющего два полупространства, каждое из которых заполнено однородной плазмой в однородном магнитном поле (см., например, обзор [Kivelson, Pu, 1984] и цитированную в нем литературу). В рамках этой модели было установлено, что неустойчивые моды колебания имеют нижний и верхний пороги по скорости солнечного ветра и обладают пространственной структурой поверхностной волны - экспоненциально падают в обе стороны от тангенциального разрыва.

В ряде более поздних работ изучался вопрос о влиянии на неустойчивость неоднородности различных элементов среды. В основном рассматривалась роль конечной толщины сдвигового слоя [Miura, Pritchett, 1982; Ong, Roderick, 1972; Uberoi, 1986; Walker, 1981]. Было установлено, что неустойчивость стабилизируется, если длина волны колебания вдоль магнитопаузы меньше толщины слоя. Но поскольку его толщина очень мала по сравнению с размерами магнитосферы, то ее влияние сказывается только на чрезвычайно мелкомасштабных колебаниях, не представляющих особого интереса.

Более важную роль могут играть неоднородности магнитосферы и солнечного ветра, масштабы которых гораздо больше толщины переходного слоя, и поэтому они должны сказываться на колебаниях с большей длиной волны. В работах [Fujita et al., 1996; Trussoni et al., 1982] рассмотрена неустойчивость Кельвина-Гельмгольца в модели одномерно-неоднородной магнитосферы и однородного солнечного ветра, разделенных плоским тангенциальным разрывом. С помощью численного решения уравнений теории было установлено существенное влияние неоднородности магнитосферы на характер неустойчивости. В частности, было показано, что существует дискретный набор мод, для каждой из которых имеется нижний, но нет верхнего порога неустойчивости по скорости солнечного ветра, а инкремент неустойчивости как функция скорости солнечного ветра для каждой из мод имеет достаточно узкий максимум. Однако численный способ исследования не позволил авторам этой работы обнаружить связь свойств неустойчивости со свойствами собственных колебаний магнитосферы.

Мы будем предполагать, что течение солнечного ветра однородно – его скорость $\vec{V}_{\rm W}$ не зависит от расстояния до магнитопаузы. Тогда в интересующей нас задаче неоднородность ветра сводится к зависимости скорости звука от этого расстояния. Теоретические расчеты [Spreiter et al., 1966] и экспериментальные данные [Застенкер, 2008] указывают на убывание этой скорости при удалении от магнитопаузы. Однако в настоящее время вряд ли можно считать такой характер этой зависимости твердо установленным. Поэтому для полноты картины и в методических целях мы рассмотрим три варианта скорость звука c_s в солнечном ветре постоянна (это позволит сравнить наши результаты с результатами работы [Fujita et al., 1996]), с_S растет и с_S убывает при удалении от магнитопаузы.



Рис. 1. Соответствие элементов реальной среды и используемой одномерной модели.

Модель среды

Схематическое изображение фланговой области магнитосферы и прилегающей к ней части солнечного ветра, а также используемая нами одномерная модель этих областей представлены на рис. 1. На рисунке видно соответствие между различными элементами модели и реальной системы.

На рис. 2 представлены схематические графики зависимости от *x* существенных для нашей задачи параметров модели – альфвеновской скорости $c_A(x)$ в магнитосфере и $c_S(x)$ в солнечном ветре. Монотонная зависимость $c_A(x)$ означает, что мы игнорируем наличие структурных элементов магнитосферы, таких, например, как плазмосфера. На интересующие нас крупномасштабные колебания такие структурные элементы не оказывают существенного влияния. Будем считать, что магнитосферное магнитное поле направлено по оси Z, условие равновесия дает $B_M = const$. Аналогично в солнечном ветре постоянно давление плазмы: $p_W = const$. Равновесие на магнитопаузе означает, что $B_M^2 / 8\pi = p_W$.

Для оценок по порядку величины примем следующие значения: $c_{\rm AM}$ =400 км/с, $c_{\rm SW}$ =50 км/с. В развиваемой ниже теории отношение $c_{\rm SW}/c_{\rm AM}$ будет считаться малым параметром, что обусловлено большим скачком плотности на магнитопаузе:

$$\frac{c_{\rm SW}^2}{c_{\rm AM}^2} = \frac{\gamma}{2} \frac{\rho_{\rm M}}{\rho_{\rm W}},$$

где γ – показатель адиабаты, ρ_M , ρ_W – плотность плазмы по разные стороны магнитопаузы.

Исходные уравнения

Зависимость проекции ξ_x вектора смещения плазмы от координат и времени выберем в виде

$$\xi_x(x, y, z, t) = \xi_x(x) \exp(ik_y y + ik_z z - i\omega t).$$

Все другие возмущенные величины имеют аналогичную зависимость.

Уравнение, описывающее структуру колебания по координате *x*, в приближении идеальной МГД имеет вид

$$\frac{d^2\varsigma}{dx^2} - \frac{d\ln\rho_0\Omega_A^2}{dx}\frac{d\varsigma}{dx} + K^2\varsigma = 0.$$
 (1)

Через функцию $\zeta(x)$ можно выразить все другие возмущенные величины. В частности, для смещения плазмы и полного возмущенного давления (суммы газокинетического и магнитного) имеем:

$$\xi_x = \frac{1}{\rho_0 \Omega_A^2} \frac{d\varsigma}{dx}, \ P = p + \frac{B_0 B_z}{4\pi} = \varsigma(x).$$
(2)

Граничное условие для уравнения (1) при $x \rightarrow -\infty$, где имеет место область непрозрачности, сводится к требованию ограниченности решения. При $x \rightarrow \infty$ может иметь место как область непрозрачности, так и область прозрачности (распространения). В первом случае граничным условием также является требование ограниченности. Во втором – в интересующей нас задаче о собственных модах – требование убегания волны, т. е отсутствия волны, падающей из бесконечности.

На магнитопаузе, при $x=x_M$, коэффициенты уравнения (1) испытывают скачки. Из этого уравнения следуют условия сшивки:

$$\left\{\varsigma\right\}_{x_{\mathrm{M}}} = 0, \ \left\{\frac{1}{\rho_0 \Omega_{\mathrm{A}}^2} \frac{d\varsigma}{dx}\right\}_{x_{\mathrm{M}}} = 0, \tag{3}$$

где символ $\{f\}_{x_{M}}$ означает скачок величины f в точке x_{M} . Из формул (2) видно, что условия (3) означают непрерывность на магнитопаузе смещения плазмы $\tilde{\xi}_{x}$ и полного возмущенного давления \tilde{P} .

Основное уравнение (1) существенно упрощается как в магнитосфере, так и в солнечном ветре. В магнитосфере, полагая $c_s=0$, $V_w=0$ и вводя величину $u=\omega/k_t c_{AM}$, которую можно рассматривать как безразмерную частоту, имеем



Рис. 2. Зависимость от координаты *x* скорости Альфвена $c_A(x)$ в магнитосфере и скорости звука $c_S(x)$ в солнечном ветре. Точка $x=x_M$ – координата магнитопаузы. Для зависимости $c_S(x)$ в солнечном ветре показаны три рассматриваемых варианта.

$$K^{2}(x) = \frac{\omega^{2}}{c_{\rm A}^{2}} - k_{t}^{2} = k_{t}^{2} \left[u^{2} \frac{c_{\rm AM}^{2}}{c_{\rm A}^{2}(x)} - 1 \right].$$
 (4)

Уравнение (1) принимает вид

$$\varsigma'' - \frac{(q^2)'}{q^2} \varsigma' + K^2 \varsigma = 0.$$
 (5)

В солнечном ветре, полагая $c_A=0$, приводим уравнение (1) к виду

$$\frac{d^2\varsigma}{dx^2} - \frac{d\ln\rho_0}{dx}\frac{d\varsigma}{dx} + K^2\varsigma = 0,$$

$$K^2 = \frac{\overline{\omega}^2}{c_s^2} - k_t^2 = k_t^2 \left[w^2 \frac{c_{sw}^2}{c_s^2(x)} - 1\right].$$
(6)

Здесь по аналогии с безразмерной частотой *и* введена величина $w = \overline{\omega}/k_i c_{sw}$, которую можно рассматривать как безразмерную частоту в системе отсчета, связанной с солнечным ветром. Одно из решений этого уравнения, удовлетворяющее граничному условию при $x \rightarrow \infty$, обозначим $\zeta_W(x, w)$. Из определения $\overline{\omega} = \omega - \vec{k_i} \vec{V_w}$ следует, что введенные величины *и* и *w* связаны соотношением

$$u = v + \alpha w,$$

$$v = \frac{\vec{k}_t}{k_t} \frac{\vec{V}_W}{c_{AM}},$$

$$(7)$$

$$\alpha = \frac{c_{SW}}{c_{AM}}.$$

Безразмерную величину v можно рассматривать как некоторую разновидность числа Маха. Параметр α , как было указано выше, мал: $\alpha << 1$.

С помощью введенных решений для магнитосферы и солнечного ветра условия сшивки на магнитопаузе (3) можно записать в виде

$$C_{\rm M}\varsigma_{\rm M}(x_{\rm M},u) = C_{\rm W}\varsigma_{\rm W}(x_{\rm M},w), \qquad (8)$$

$$C_{\rm M} \frac{\gamma}{2} \frac{1}{u^2 - u_{\rm A}^2} \varsigma'_{\rm M}(x_{\rm M}, u) = C_{\rm W} \frac{1}{w^2} \varsigma'_{\rm W}(x_{\rm W}, w).$$
(9)

Введем безразмерные функции

$$f_{\mathrm{M}}(u) = \frac{2}{\gamma} (u^2 - u_{\mathrm{A}}^2) \frac{k_t \zeta_{\mathrm{M}}(x_{\mathrm{M}}, u)}{\zeta_{\mathrm{M}}'(x_{\mathrm{M}}, u)},$$

$$f_{\mathrm{W}}(w) = w^2 \frac{k_t \zeta_{\mathrm{W}}(x_{\mathrm{M}}, w)}{\zeta_{\mathrm{W}}'(x_{\mathrm{M}}, w)}.$$

Легко видеть, что из системы уравнений (8, 9) следует соотношение

$$f_{\rm M}(u) = f_{\rm W}(w). \tag{10}$$

С учетом связи (7) при каждом заданном значении vего можно рассматривать либо как уравнение на u, либо как уравнение на w, которое и определяет эти две безразмерные частоты как функции параметра v. Таким образом, соотношение (10) играет роль дисперсионного уравнения.

Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца

Используя установленные свойства функций $f_{\rm M}(u)$ и $f_{\rm W}(w)$, перейдем к решению дисперсионного уравнения

$$f_{\rm M}(u) = f_{\rm W}(w),$$

$$u = v + \alpha w.$$
(11)

Как это ясно из общих соображений и будет непосредственно видно ниже, дисперсионное уравнение определяет дискретный набор соответствующих друг другу решений $u=u_n(v)$ и $w=w_n(v)$. Здесь n=0, 1, 2, ... – номер собственной моды колебаний системы «магнитосфера + солнечный ветер». Собственная мода $\zeta=\zeta_n(x, v)$ в магнитосферной области совпадает с функцией $C_M\zeta_M(x, u_n(v))$, а в солнечном ветре – с функцией $C_M\zeta_W(x, w_n(v))$, причем соотношение между коэффициентами C_M и C_W задается одним из условий сшивки (8), (9).

Зафиксируем *n*-ю моду колебаний следующим условием: при $v = \tilde{u}_{n-1}$ функции $u = u_n(v)$ и $w = w_n(v)$ имеют значения

$$w_n(\tilde{u}_{n-1}) = 0,$$

$$u_n(\tilde{u}_{n-1}) = \tilde{u}_{n-1}.$$
(12)

Существование такого решения уравнения (11) очевидно. Для моды с номером n=0 будем полагать $\tilde{u}_{n-1} = u_A$, т. е. условия (12) для нее имеют вид

$$w_0(u_A) = 0, \ u_0(u_A) = u_A.$$

Пространственная структура *n*-й моды $\zeta_n(x, v)$ при $v = \tilde{u}_{n-1}$ в магнитосфере определяется функцией $\zeta_n(x, \tilde{u}_{n-1}) = C_M \zeta_M(x, \tilde{u}_{n-1}) \equiv C_M \tilde{\zeta}_{M(n-1)}(x)$, т. е. совпадает с магнитосферной собственной модой, имеющей (*n*-1) нуль внутри магнитосферы и нуль на магнитопаузе. Эта функция имеет в магнитосфере *n* экстремумов. Мода *n*=0 при $v=u_A$ не имеет нулей и экстремумов ни в магнитосфере, ни на магнитопаузе. В солнечном ветре возмущение имеет вид $\zeta_n(x, \tilde{u}_{n-1}) = C_W \zeta_W(x, 0)$. Функция $\zeta_W(x, 0)=\exp[-k_t(x-x_M)]$ есть решение уравнения (6) при *w*=0 и отлична от нуля на магнитопаузе. Но тогда из уравнения (8) следует, что $C_W=0$, т. е. колебание в солнечном ветре отсутствует.

В окрестности точки *w*=0 дисперсионное уравнение принимает вид

$$-\frac{w^2}{\sqrt{1-w^2}} = f_{\rm M}(v + \alpha w).$$
(13)

Приближение величины $v \\ \kappa \\ \overline{u}_n$ и связанный с этим рост модуля величины w приводят κ двум последствиям. Во-первых, для функции $f_W(w)$ можно использовать упрощенные выражения: $f_W(w) = -iw$ при Im>0, $f_W(w) = +iw$ при

$$\operatorname{Im} w < 0. \tag{14}$$

Во-вторых, нельзя игнорировать в уравнении (13) слагаемое α*w* в аргументе функции. Уравнение (13) принимает вид

$$-iw = \frac{\beta_n}{\overline{u}_n - v - \alpha w} \tag{15}$$

или

$$\alpha w^2 + (v - \overline{u}_n)w + i\overline{\beta}_n = 0.$$



Рис. 3. Траектория функции $w = w_n(v)$ в плоскости комплексного w при изменении параметра v в интервале $(\tilde{u}_{n-1}, \infty)$. Левые кривые – физическая мода, правые – нефизическая. Верхние кривые – неустойчивые ветви, нижние – затухающие.

Корень этого уравнения, отвечающий неустойчивому решению с Im w>0, есть

$$w = -\frac{v - \overline{u}_n + \sqrt{(v - \overline{u}_n)^2 - 4i\alpha\overline{\beta}_n}}{2\alpha}.$$
 (16)

На рис. З изображена траектория, которую описывает комплексная величина $w=w_n(v)$ при изменении параметра v. Видно, что при $v > \tilde{u}_{n-1}$ вся траектория лежит в области, где для $f_W(w)$ применимо выражение (14).

Оказывается, что решение (16) применимо вплоть до $v - \overline{u}_n \to \infty$.

Мы видим, что $\operatorname{Re} u \to \overline{u}_n$ при $v - \overline{u}_n \to \infty$. Безразмерный инкремент Im u как функция величины vдостигает максимума в точке $v = \overline{u}_n$, и вблизи этого максимума

$$\operatorname{Im} u = \sqrt{\frac{\alpha \overline{\beta}_n}{2}} \left[1 - \frac{(v - \overline{u}_n)^2}{4\alpha \overline{\beta}_n} \right].$$

Его значение в максимуме $\sqrt{\alpha \overline{\beta}_n/2}$, а ширина максимума $2\sqrt{\alpha \overline{\beta}_n}$. График безразмерного инкремента Im *u* как функции параметра *v* в интервале $\tilde{u}_{n-1} < v < \infty$ показан на рис. 4.

Для устойчивой (затухающей) ветви колебания значения w(v) и u(v) получаются комплексным сопряжением. Траектория изменения комплексной величины w(v) для затухающей ветви также приведена на рис. 3.

Заключение

1. Колебания системы образуют дискретный набор собственных мод, которые определяются компонентами волнового вектора $\vec{k_t} = (0, k_y, k_z)$, направленного вдоль тангенциального разрыва, и номером моды n=0, 1, 2, ..., который играет роль волнового числа по координате *x*, нормальной к границе раздела. Получены аналитические выражения для частоты и инкремента неустойчивости каждой моды и для функций, описывающих ее пространственную структуру. Все эти величины как от параметра зависят от скорости солнечного ветра, а точнее – от величины $\omega_{\rm W} = \vec{k} \vec{V}_{\rm W} = k_y V_{\rm W}$ – доплеровского сдвига частоты.

2. Каждая мода имеет нижний порог неустойчивости по величине ω_W. Для основной моды *n*=0 этот порог равен $\omega_A = k_z c_{AM}$ – альфвеновской частоте на магнитопаузе. Для моды с номером n>0 нижний порог равен $\tilde{\omega}_{n-1}$ – частоте, при которой решение внутри магнитосферы имеет n экстремумов, n-1 нуль и нуль на магнитопаузе. При увеличении от выше порога инкремент неустойчивости растет и достигает максимума при $\omega_{W} = \overline{\omega}_{n}$ – частоте, для которой решение внутри магнитосферы имеет *n* нулей, *n* экстремумов и экстремум на магнитопаузе. При дальнейшем увеличении ω_w вплоть до бесконечности инкремент монотонно падает, но верхнего порога неустойчивости нет. Частота колебания при этом стремится к $\bar{\omega}_{n}$. Для всех значений ω_W в интервале неустойчивости ($\tilde{\omega}_{n-1}, \infty$) решение для солнечного ветра монотонно убывает при удалении от магнитосферы. Характерный масштаб этого убывания меньше характерного масштаба неоднородности среды, поэтому неоднородность солнечного ветра не сказывается на свойствах моды и, следовательно, не влияет на неустойчивость. Для каждой моды вместе с неустойчивой ветвью существует устойчивая (затухающая) ветвь, имеющая то же значение реальной части частоты и противоположное по знаку значение мнимой. График зависимости мнимой части безразмерной частоты *u*= $\omega/k_t c_{AM}$ (т. е. безразмерного инкремента) от безразмерного параметра $v = \omega_W / k_t c_{AM}$ показан на рис. 4.

3. При значениях $\omega_W < \tilde{\omega}_{n-1}$ (при $\omega_W < \omega_A$ для моды n=0) свойства моды существенным образом зависят от характера неоднородности солнечного ветра. Для таких значений ω_W мода нейтральна (инкремент равен нулю), но расщепляется на две ветви, частоты которых близки.

4. Если солнечный ветер однороден, то эти две ветви могут быть непрерывно продолжены по параметру ω_W только до значений $\omega_W = \overline{\omega}_{n-1} - k_t c_{SW}$ и $\omega_W = \overline{\omega}_{n-1} + k_t c_{SW}$ соответственно. Дальнейшее продолжение на меньшие значения ω_W приводит к решениям, амплитуда которых растет при удалении от магнитопаузы в солнечный ветер, т. е. они не удовлет-



Рис. 4. Инкремент неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. График зависимости безразмерного инкремента $\operatorname{Im} u = \operatorname{Im} \omega / k_t c_{AM}$ от безразмерной скорости солнечного ветра $v = \vec{k}_t \vec{V}_W / k_t c_{AM}$.



Рис. 5. Графики $\text{Re } u = \text{Re } u_n(v)$ физических частей трех первых мод n=0, 1, 2 в модели однородного ветра.



Рис. 6. Графики вещественной и мнимой частей функции $u=u_1(v)$ для всех значений аргумента в модели солнечного ветра с растущей функцией $c_s(x)$.

воряют граничным условиям при $x \to \infty$ и, следовательно, физически неприемлемы. Это означает, что при значениях ω_W меньше указанных мода с номером *n* не существует. График зависимости Re $u_n(v)$ для нескольких значений *n* приведен на рис. 5. На графике видно, как функции $u_n(v)$ продолжаются на отрицательные значения *v* и особый в этом отношении характер поведения функции $u=u_n(v)$.

5. В неоднородном солнечном ветре, в котором $c_{\rm S}(x)$ растет при удалении от магнитопаузы, могут быть решения, имеющие точку поворота в солнечном ветре, а следовательно имеющие экстремумы и нули (точно так же как и в магнитосфере). Число возможных экстремумов и нулей, вообще говоря, ограничено. В таком случае эволюция моды с номером *n* при уменьшении ω_W от порогового значения $\tilde{\omega}_{n-1}$ заключается в следующем. Нули и экстремумы решения для области магнитосферы последовательно смещаются в область солнечного ветера. При этом расщепление частот между двумя ветвями моды увеличивается. Если номер моды *п* меньше, чем возможное число экстремумов в солнечном ветре, то этот процесс происходит вплоть до значения $\omega_W = 0$. Если же экстремумов «не хватает», то мода «обрывается» при некоторых значениях ω_w , несколько различающихся для двух ветвей одной моды, - вполне аналогично тому, что имеет место в модели однородного ветра. На рис. 6 в порядке иллюстрации приведена зависимость $u = u_n(v)$ (ее реальной и мнимой частей) для обсуждаемой модели солнечного ветра.

6. Если функция $c_{\rm S}(x)$ убывает при удалении от магнитопаузы, то все моды в солнечном ветре асимптотически представляют собой убегающую (по направлению групповой скорости) волну. Такая волна уносит энергию, что приводит к затуханию колебания, т. е. к появлению у двух ветвей функции $u=u_n(v)$ отрицательной мнимой части в области $-\tilde{u}_{n-1} < v < \tilde{u}_{n-1}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Зеленый Л.М., Веселовский И.С. Плазменная гелиогеофизика. М.: Наука, 2008. Т. 1. 664 с.

Fujita S., Glassmeier K.H., Kamide K. MHD waves generated by the Kelvin-Helmholtz instability in a nonuniform magnetosphere // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. P. 27317–27324.

Kivelson M.J., Zu-Yin Pu. Kelvin–Helmholtz Instability on the magnetopause // Planet. Space Sci. 1984. V. 32. P. 1335–1347.

Miura A., Pritchett P.L. Nonlocal stability analysis of the MHD Kelvin–Helmholtz instability in a compressible plasma // J. Geophys. Res. 1982. V. 87. P. 7431–7444.

Ong R.S.B., Roderick N.F. On the Kelvin–Helmholtz instability of the Earth's magnetopause // Planet. Space Sci. 1972. V. 20. P. 1–13.

Spreiter J.R., Summers A.L., Alksne A.Y. Hydromagnetic flow around the magnetosphere // Ibid. 1966. V. 14. P. 223–228.

Trussoni E., Dobrowolny M., Mastrantonio G. Kelvin–Helmholtz instability of the magnetopause boundary: Comparison with observed fluctuations // Ibid. 1982. V. 30, P. 677–679.

Uberoi C. On the Kelvin–Helmholtz instability of structured plasma layers in the magnetosphere // Ibid. 1986. V. 34. P. 1223–1227.

Walker A.D.M. The Kelvin–Helmholtz instability in the low latitude boundary layer // Ibid. 1981. V. 29. P. 1119–1125.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск